

Mathematikunterricht und Informatik

Gedanken zur Veränderung eines Unterrichtsfachs

von Horst Hischer und Hans-Georg Weigand

Vorbemerkungen

Vor etwa *dreißig Jahren* gab es in den Gymnasien erste Aktivitäten zur Einbeziehung der damals sogenannten EDV (*Elektronische Datenverarbeitung*) in den Schulunterricht, die sich entweder in Arbeitsgemeinschaften oder zunächst eingebettet in den Mathematikunterricht entfalteten. Vor etwa *zwanzig Jahren* begann der systematische Einzug der neuen wissenschaftlichen Disziplin „Informatik“ in die Schule, auch hier zunächst – bereits Anfang der 70er Jahre – in Arbeitsgemeinschaften, dann aber auch als Abiturprüfungsfach aufgrund der Möglichkeit, die die reformierte gymnasiale Oberstufe bot. Vor *zehn Jahren* befanden sich alle (alten) Bundesländer mehr oder weniger aktiv in einer Hochphase curriculärer Anstrengungen zur Entwicklung von Konzepten zur „informationstechnischen Grundbildung“ oder (teilweise) zur „informations- und kommunikationstechnologischen Bildung“. Bei deren umfassendsten Ausprägungen ging es um die Einbeziehung nahezu aller Unterrichtsfächer, und zwar mit dem Ziel einer Thematisierung der „Informationsgesellschaft“ mit ihren Bedingungen, Erscheinungen und Folgen, mit den damit verbundenen Chancen und Gefahren.

Wohl verursacht bzw. gefördert durch diese ganzheitlichen, nicht nur fachdidaktisch ausgerichteten, Bildungsplanungen gab es zunehmend Überlegungen, den Zusammenhang von Mathematikunterricht und Allgemeinbildung unter den Bedingungen der Informations- und Kommunikationstechniken (IuK-Techniken) zu sehen – so etwa in dem maßgeblichen Artikel von Bußmann/Heymann (1987) und dem ersten Tagungsband des Arbeitskreises „Mathematikunterricht und Informatik“ in der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik (Herget, 1990). Zuvor präziserte bereits 1981 dieser im Jahre 1978 gegründete Arbeitskreis „Mathematikunterricht und Informatik“ seine Zielsetzung als Untersuchung von

„[...] Auswirkungen der Informatik auf den Mathematikunterricht, die erkennbar sind und in Zukunft noch stärker

in Erscheinung treten werden. Letzteres gilt unabhängig davon, in welchem Umfang Informatik selbst zum Unterrichtsgegenstand in unseren Schulen wird, da im Mathematikunterricht die methodischen und anwendungsorientierten Aspekte der Informatik gegenüber den inhaltlichen den Vorrang haben“ (Hischer, 1992, S. 8).

Seit Beginn dieses Jahrzehnts ist diese Zielsetzung im Sinne der o. g. Allgemeinbildungsaspekte insofern weiterentwickelt worden, als nunmehr der Computer und die Informatik ein *Anlaß* geworden sind, *über grundsätzliche Zielsetzungen des Mathematikunterrichts nachzudenken*. Dies geht dann weit über die ursprünglich nur methodische Bedeutung des Computers und informatischer Verfahren für den Mathematikunterricht hinaus.

In diesem Artikel soll nun ein Überblick über den didaktischen Diskussionsstand zu dem *Verhältnis von Mathematikunterricht und Informatik* gegeben werden (vgl. auch Weigand, 1993 und 1998). Es wird gefragt, welche Auswirkungen Informatik und Informatikunterricht auf den Mathematikunterricht hatten und welche Veränderungen in den nächsten Jahren zu erwarten sind. Zum besseren Verständnis der aktuellen Diskussion soll zunächst nochmals an verschiedene offizielle Stellungnahmen der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik zum Verhältnis von Mathematikunterricht und Informatik erinnert werden.

Stellungnahmen der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik

Die Gesellschaft für Didaktik der Mathematik (GDM) hat immer wieder die Bedeutung der Einbeziehung von Inhalten und Methoden der Informatik in den Mathematikunterricht herausgestellt. So sieht sie in ihrer Stellungnahme von 1981 (siehe z. B. Hischer, 1993, S. 140 ff.) mit Blick auf die damals erwartete zu-

künftige Bedeutung der Informatik für den Mathematikunterricht

„[...] darin die Zielsetzung des Mathematikunterrichts berührt und erblickt zugleich eine Chance für dessen weitere Entwicklung. Dabei wird eine wesentliche Aufgabe sein, einem rein technischen Verständnis von Computern und einer unreflektierten Anwendung von Fertigkeiten entgegenzuwirken.

Die Aufnahme informatischer Methoden in die Schulmathematik ermöglicht

- die Konkretisierung mathematischer Sachverhalte mit dem Computer als Medium,
- die Betonung konstruktiver Begriffsbildungen und praktikabler Verfahren,
- die Integration unterschiedlicher Teilgebiete der Mathematik und die Kooperation mit anderen Schulfächern,
- die verstärkte Einbeziehung echter Anwendungen.“

Und es wurden – bereits mit Blick auf Arbeitsformen und Sichtweisen der Informatik – *neue wünschenswerte Aspekte des Mathematikunterrichts* aufgezeigt:

- ▷ *algorithmische Sicht* von Begriffen und Zusammenhängen (neben der strukturierenden),
- ▷ *informatische Techniken* des Entwerfens und Darstellens von Algorithmen als Hilfe für Mathematisierungen,
- ▷ *stärkeres Einbeziehen anderer Sozialformen* wie Gruppenarbeit und praktikumsähnliches Arbeiten und *neuer Lernformen* wie Experimentieren, Simulieren und Entdecken.

Für den Mathematikunterricht im Sekundarbereich I wurde dann empfohlen, daß

„[...] zahlreiche informatische Methoden (z. T. in propädeutischer Form) zum Tragen kommen [können]. Soweit bei der Erarbeitung dieser Methoden auch Inhalte der Informatik herangezogen werden, darf es sich dabei nur um eine Einführung handeln, wobei diese nicht isoliert, sondern im Kontext mathematischer Problemstellungen erfolgen muß.“

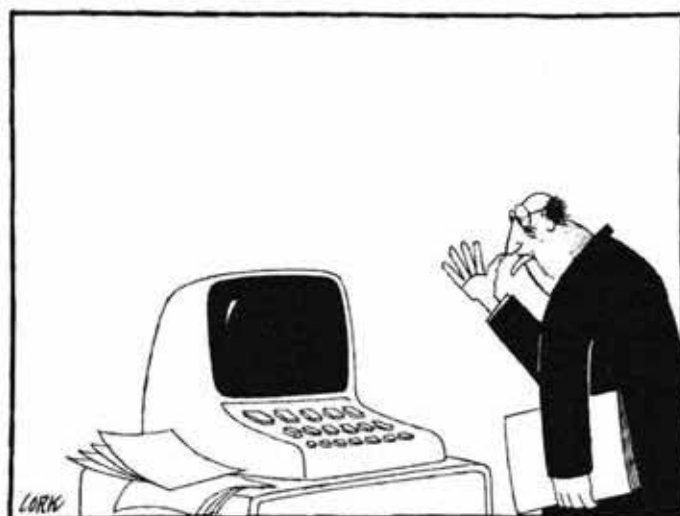
Konkret wurden dann *Empfehlungen zu folgenden Gebieten* aufgeführt:

- ▷ *Propädeutik des Algorithmierens,*
- ▷ *Anwendungen des Computers* (für „schulmathematische“ Probleme inkl. Programmierung),
- ▷ *Inhalte und Verfahren realer Datenverarbeitung* (Strukturierung großer Datenmengen und reale Anwendungen, dazu praktische Arbeit am Rechner und projektorientiertes Arbeiten),
- ▷ *Mathematik an informatischen Inhalten* (u. a. nicht-numerische Algorithmen, Effizienz).

Für die Hochschulausbildung der Lehrkräfte wurde gefordert:

- ▷ Kenntnisse und Fähigkeiten in der Algorithmik,
- ▷ Kenntnis mindestens einer höheren Programmiersprache,
- ▷ Fähigkeit, die Schulmathematik unter algorithmischen Gesichtspunkten zu strukturieren,
- ▷ Kenntnisse in der Anwendung der Datenverarbeitung.

Bereits fünf Jahre später veröffentlichte die GDM erneut eine Stellungnahme zum Verhältnis von Mathematik-



Zeichnung: cork

unterricht und Informatik (siehe z. B. Nachdruck bei Hischer, 1993, S. 143 ff.), die aber weitaus vorsichtiger als die von 1981 ist, und die viele damalige Empfehlungen relativiert, indem sie auf neue inhaltliche Vorschläge verzichtet und vielmehr auf verschiedenste Probleme im Zusammenhang mit *inhaltlichen Veränderungen des Mathematikunterrichts*, mit *Veränderungen des Lernens*, mit *fächerübergreifenden Ansätzen* und mit *Problemen der Lehrerfortbildung* hinweist. Die Stellungnahme wurde durch das 1984 von der BLK (Bund-Länder-Kommission für Bildungsplanung und Forschungsförderung) verabschiedete *Rahmenkonzept für die informationstechnische Bildung in Schule und Ausbildung* ausgelöst. Daher steht hier auch die informationstechnische Bildung mit ihren *Chancen und Problemen (für den Mathematikunterricht!)* im Fokus der Betrachtungen.

Gegenüber den Intentionen des BLK-Rahmenkonzepts wird zugleich Offenheit und Distanz signalisiert (vgl. Hischer, 1993, S. 143 f.):

„Wir erkennen die positiven Möglichkeiten, die die „Neuen Technologien“ in unseren Augen bieten, an und würdigen bereits entwickelte Konzepte und praktische Ansätze zur Realisierung.

Wir müssen heute aber auf verwickelte und tief liegende Probleme hinweisen, vor die sich allgemein der Unterricht, insbesondere der Mathematikunterricht, in Konzeption und Praxis durch die verschiedenen möglichen Weisen des Umgangs mit dem Computer gestellt sieht, und auf spezielle Probleme, die mit der angestrebten informationstechnischen Bildung für alle Schüler und Jugendlichen gegeben sind.

[...] Aufgrund der engen Verbindung zwischen Mathematik und Informatik sieht sich die Fachdidaktik in der Verantwortung, zur Lösung der [...] Probleme in wissenschaftlich fundierter Weise beizutragen.“

Abschließend wird die Forderung aufgestellt:

„Die Lehrer sollten den Computer als vielseitiges Werkzeug und Medium authentisch auch selbst kennenlernen und darüber hinaus ein breites Wissen über Nutzen, Grenzen und pädagogischen Wert des Computers erwerben.“

Innerhalb der GDM befaßt sich vor allem der Arbeitskreis „Mathematikunterricht und Informatik“ ent-

sprechend seiner im Kapitel 1 genannten Zielsetzung auf seinen Arbeitstagen in Wolfenbüttel seit Beginn der 90er Jahre immer wieder mit der Bedeutung der Informatik für den Mathematikunterricht. Die Herbsttagung 1994 war im Untertitel eigens dem Thema „Zur Zielorientierung eines künftigen Mathematikunterrichts unter Berücksichtigung der Informatik“ gewidmet (Hischer/Weiß, 1995). Hier wurde insbesondere herausgestellt, daß einerseits zwar deutlich zu unterscheiden sei zwischen dem *Computereinsatz im Mathematikunterricht* und den *Einflüssen der Informatik auf den Mathematikunterricht*, daß aber andererseits mit dem Einsatz des Werkzeuges „Computer“ im Unterricht stets auch das Reflektieren über die diesem Gerät zugrundeliegenden Prinzipien verbunden sein müsse, was aber bedeutet, daß es unumgänglich ist, Elemente der Informatik in den Mathematikunterricht aufzunehmen.

Informatik und Schule: zur gegenwärtigen Situation

Für den Informatikunterricht wurden in den letzten Jahren die Grundlagen für ein eigenständiges Schulfach geschaffen. So gibt es für den Informatikunterricht

- ▷ eine eigene Ausbildung für Informatiklehrer (nicht in allen Bundesländern),
- ▷ eigene Professuren für Didaktik der Informatik (nicht in allen Bundesländern),
- ▷ eigene Lehrpläne,
- ▷ etliche Schulbücher bzw. Schulbuchreihen,
- ▷ didaktische Literatur (etwa Baumann, ²1996, und Modrow, 1991),
- ▷ eine eigene Zeitschrift (LOG IN).

Im Sekundarbereich II ist Informatikunterricht in allen Bundesländern zumindest als Wahlfach möglich, allerdings ist die Attraktivität des Informatikunterrichts derzeit deutlich rückläufig. An vielen Schulen kommen keine Informatikkurse mehr zustande. Die Gründe hierfür sind vielfältig:

- ▷ ungenügende organisatorische Einbettung in die Kurspläne der Oberstufe,
- ▷ eine lediglich auf Computerbenutzung ausgerichtete Erwartung der Schüler,
- ▷ hohe fachliche Anforderungen,
- ▷ Mangel an qualifizierten Lehrkräften.

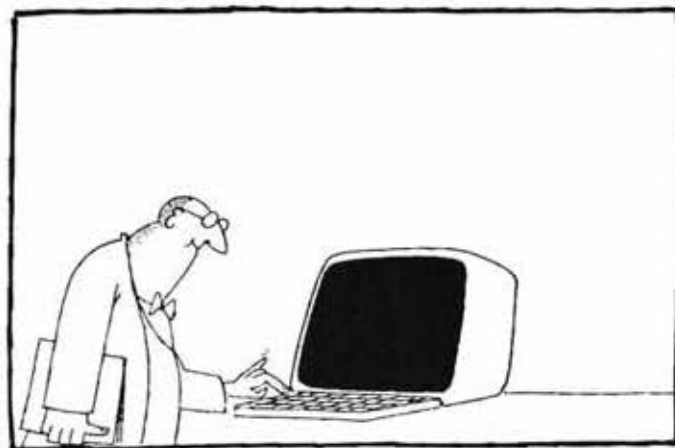
Darüber hinaus zeigt sich aber auch, daß viele wichtige Unterrichtsziele des Informatikunterrichts in der unterrichtspraktischen Realität zu einer an leicht überprüfbareren Inhalten ausgerichteten algorithmischen Tätigkeit verkommen. So ist häufig das Erlernen einer Programmiersprache – meist PASCAL – weitestgehend als Selbstzweck zu beobachten. Und entgegen den anspruchsvollen Bildungszielen einer *informations- und*

kommunikationstechnologischen Bildung für den Sekundarbereich I wird dort oft nur der „Umgang mit dem Computer“ gelernt (in Verbindung mit einer Einführung in Anwenderprogramme für Textverarbeitung, CAD, Tabellenkalkulation und Datenbanksysteme). Die Möglichkeiten, die diese technischen Systeme im Hinblick auf mit ihnen zusammenhängende *allgemeinbildende Aspekte* eröffnen, kommen dann zu kurz oder bleiben ganz auf der Strecke. In jüngster Zeit zeigt sich diese Gefahr in einer ähnlichen Entwicklung im Rahmen des Projekts „Schulen ans Netz“, dessen Zielsetzung sich ja auch nicht darauf reduzieren darf, das Erstellen von „Homepages“ in den Mittelpunkt der unterrichtlichen Aktivitäten zu rücken.

1993 gab es einen Vorstoß durch den „Fakultätentag Informatik“ dahingehend, Informatik als obligatorisches Schulfach im Sekundarbereich II einzuführen (zitiert und analysiert in Hischer, 1994a, S. 162 f.). Ein eigenständiges Fach Informatik im Sekundarbereich I spielt derzeit in der bildungspolitischen Diskussion keine besondere Rolle. In der Antwort der GDM auf die Schrift des Fakultätentages wird betont,

„[...] daß aus dem Bereich Informatik durchaus wesentliche Themen, Gegenstände und Einsichten zu einer zeitgemäßen vertieften Allgemeinbildung gehören, daß aber diese Themen gerade durch ihre Einkapselung in einen einseitig fachlich orientierten Informatikunterricht ihre allgemeinbildende Funktion verlieren“ (vgl. Hischer, 1994a, S. 162).

Es wird weiterhin deutlich herausgestellt, daß „informations- und kommunikationstechnologische Themen und Inhalte“ sowohl in alle Fächer der Sekundarbereiche I und II als auch in die Lehrerausbildung zu integrieren sind, daß dafür aber *kein obligatorisches Fach Informatik* erforderlich ist, sondern daß hierfür der Fächerkanon insgesamt gefordert ist. Dies spricht nicht gegen ein eigenständiges Fach Informatik, weist diesem jedoch eine spezielle, vertiefende Rolle im Rahmen des Allgemeinbildungsauftrags der Schule zu. Die Folgen dieser Konzeption sind, daß sich alle Fächer – und damit und insbesondere auch der Mathematikunterricht – aufgrund des Einflusses der Informatik mit Blick auf eine „technologische Bildung“ verändern müssen. Dies ist für den Mathematikunterricht aber kein neues Problem, sondern eine Herausforderung, vor der er schon des öfteren stand.



Zeichnung: cork

Veränderungen des Mathematikunterrichts vor 100 Jahren

Anstöße zur Veränderung des Mathematikunterrichts kamen häufig „von außen“. Blicken wir zurück ans Ende des 19. Jahrhunderts und zur Unterrichtsreform des Mathematikunterrichts zu Beginn dieses Jahrhunderts.

Aufbauend auf der Humboldtschen Bildungsreform war es bis zum Ende des 19. Jahrhunderts das Ziel des Mathematikunterrichts an der „höheren Schule“, eine „formale Bildung“ zu vermitteln (vgl. etwa Reble, 1971, S. 239), Anwendungsaufgaben beschränkten sich auf das im täglichen Leben benötigte „bürgerliche Rechnen“ oder auf „theoriefähige Anwendungen“ wie Mechanik oder ebene und sphärische Trigonometrie. Eine ausführliche Darstellung der Entwicklung des Mathematikunterrichts im 19. Jahrhundert findet sich in Pahl (1913), Schubring (1983) oder Jahnke (1990). Überhaupt hatten Anwendungen und Technik damals noch einen schweren Stand in der Wissenschaft. Erst in der zweiten Hälfte des 19. Jahrhunderts wurden Technische Hochschulen gegründet und erhielten das Promotionsrecht. Dies hatte auch Auswirkungen auf die Schulen. Mit dem Aufkommen der Oberrealschulen in der Mitte des letzten Jahrhunderts wurde der Anwendungsbezug der Schulmathematik verstärkt, aber noch 1882 erlaubte das Abitur einer Oberrealschule nur den Zugang zu einer Technischen Hochschule und nicht zu einer Universität.

Der Wunsch nach einer verstärkten Integration der Naturwissenschaften in den Mathematikunterricht führte 1890/91 zur Gründung des *Deutschen Vereins zur Förderung des mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterrichts*, kurz *Förderverein* genannt (diese Gründung erfolgte zeitgleich mit der Gründung der DMV, der Deutschen Mathematiker-Vereinigung). Bereits auf der Gründungsveranstaltung des Fördervereins gab es kontroverse Diskussionen über die Bedeutung von Anwendungen im Mathematikunterricht. Auf seiten der Mathematik war Felix Klein die prägende Persönlichkeit, er plädierte vehement für die Integration der Technik in die Mathematik, und er war auch maßgeblich daran beteiligt, daß dann 1898 in der preußischen Lehrerprüfungsordnung für Mathematiklehrer eine „besondere Lehrbefähigung für angewand-

te Mathematik“ im Rahmen der Hochschulausbildung gefordert wurde (vgl. Mehrtens, 1990, S. 363).

Erhebliche Auswirkungen auf die Inhalte des Mathematikunterrichts hatten dann die *Meraner Beschlüsse* von 1905, in deren Folge vermehrt Anwendungen in den Mathematikunterricht aufgenommen wurden. Der Anstoß zu dieser „Meraner Unterrichtskommission“ kam auf Drängen der Biologen zustande, die die Wiedereinführung des Biologieunterrichts – wohl auch über Stundenanteile der Mathematik – auf der Oberstufe forderten, der nach einem Konflikt um die Darwinsche Entwicklungslehre im Jahr 1882 abgeschafft worden war. Dies zeigt, daß die Naturwissenschaften einen wesentlichen Anteil sowohl an der veränderten Ausbildung von Mathematiklehrern als auch an der Unterrichtsreform des Mathematikunterrichts zu Beginn dieses Jahrhunderts hatten.

Wir sind der Ansicht, daß die heutige Situation an der Jahrtausendschwelle – analog zu der Situation vor hundert Jahren – vor dem Phänomen steht, daß sich alle Schulfächer der gesellschaftlichen Bedeutung der Technik und damit auch speziell der Informatik im Rahmen ihres Allgemeinbildungsauftrags stellen müssen. Dies wurde aber schon des öfteren aufgrund der Einwirkungen der Informatik insbesondere für den Mathematikunterricht gefordert (vgl. etwa Baumann 1988b; Hischer, 1991). Dabei wurde auch immer wieder von einer „technologischen Bildung“, einer „informations- und kommunikationstechnologischen Bildung“ oder einer „informatischen Bildung“ im Mathematikunterricht gesprochen (vgl. z. B. Hischer, 1998, 1994b,c; ferner den aktuellen Band von Koerber/Peters, 1998).

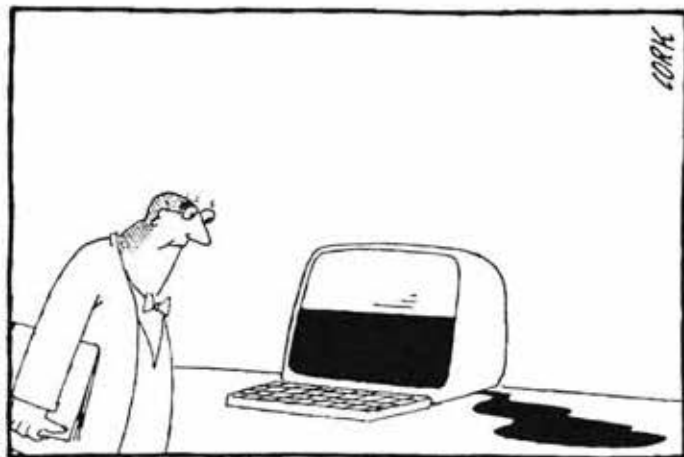
Wie könnte eine solche Veränderung aussehen? In welcher Weise ist eine solche Veränderung realistisch und durchsetzbar?

Veränderungen für einen zukünftigen Mathematikunterricht

Der Computer hat als eine Materialisierung mathematischer Ideen die Entstehung der Informatik als wissenschaftliche Disziplin begründet, und er wirkt nunmehr aufgrund seiner allwärtigen Verfügbarkeit wieder auf die Mathematik und den Mathematikunterricht zurück. In diesem Sinne kann man durchaus von einer Rückwirkung der *Informatik auf die Mathematik* sprechen, wenn stets mitbedacht wird, daß die Verwendung des Computers als Werkzeug für sich genommen noch keine Anwendung der Informatik darstellt.

Folgende Fragen halten wir in diesem Zusammenhang unter didaktischem Aspekt für grundlegend und bedeutsam:

- ▷ 1. Gibt es aufgrund der Verfügbarkeit des Computers *neue oder veränderte Sichtweisen für Begriffe und Verfahren* der (Schul)-Mathematik, die – im Sinne eines umfassenden Begriffsverständnisses – im Mathematikunterricht entwickelt werden sollten?



Zeichnung: cork

- ▷ 2. Gibt es *informatische Inhalte*, die – im Sinne ihres fächerübergreifenden und allgemeinbildenden Charakters – im Mathematikunterricht vermittelt werden sollten?
- ▷ 3. Impliziert darüber hinaus die *gesellschaftliche Bedeutung der Informatik* Bildungsziele für die Schule insgesamt, die – im Sinne eines Beitrags des Mathematikunterrichts zur Allgemeinbildung – dann auch den Mathematikunterricht betreffen?

Wir werden diese Fragen hier nur exemplarisch beantworten können.

Veränderte Sichtweisen für Begriffe und Verfahren

Im folgenden werden einige Begriffe aufgeführt, die aufgrund der Existenz und des Einflusses der Informatik oder auch allein schon durch die Verfügbarkeit von Computern eine neue Sichtweise erlauben. „Neu“ bedeutet dabei aber häufig, daß eine „alte“ Sichtweise in einem neuen Licht erscheint. Es muß hier genügen, die zukünftige Bedeutung dieser Begriffe nur in Stichworten kurz anzusprechen; eine ausführliche Darstellung oder gar ein Vorschlag für curriculare Veränderungen würde den Rahmen dieses Artikels bei weitem übersteigen.

Berechenbarkeit

Schon Kommerell hat 1936 die

„[...] selbstverständliche Forderung für den mathematischen Unterricht [verlangt], daß bei allen neu eingeführten Funktionen (Wurzeln, Logarithmen, trigonometrische Funktionen) oder Zahlen (π , e) sofort Methoden angegeben werden, wie diese Funktionen oder Zahlen berechnet werden können“ (1936, S. 2).

Wenn diese Rechenvorschriften dagegen nicht gegeben sind, „dann sind die Funktionen gar nicht definiert“ (Kommerell, 1936, S. 1). Die Frage, wie Taschenrechner oder Computer etwa trigonometrische Werte oder transzendente Zahlen näherungsweise berechnen, kann der Ausgangspunkt für die Entwicklung von Berechnungsalgorithmen sein (vgl. etwa Kroll, 1982). Hierzu gehört dann auch das Wissen über „berechenbare Funktionen und Zahlen“ und auch darüber, daß es nichtberechenbare Zahlen und Funktionen gibt. Derartige Überlegungen können dann auch zu einer genaueren Analyse von Aufbau und Arbeitsweise von Rechnermodellen und realen Rechnern führen. Dadurch erhält der Begriff der „Berechenbarkeit“ einen für Schülerinnen und Schüler unmittelbar zu erlebenden Sinn.

Funktionsbegriff

Sowohl bei Schülerinnen und Schülern als auch bei Studentinnen und Studenten ist häufig eine Einengung des Funktionsbegriffs auf reelle, termdefinierbare Funktionen $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ festzustellen. Darüber hinaus werden dann noch häufig die Argumentvariable regelmäßig mit x und die Funktionswertvariable mit y bezeichnet. Diese Mängel wurden bereits bei den Re-

formbemühungen zum Mathematikunterricht vor 30 Jahren festgestellt. Der Computer bietet nun als Werkzeug die Möglichkeit, eine größere Vielfalt an Darstellungen von Funktionen auch parallel zueinander zu betrachten (Graphen, Tabellen, Pfeildiagramme, Maschinenmodelle), Algorithmen deutlicher als Funktionen herauszustellen (etwa geometrische Konstruktionen, Such- und Sortieralgorithmen), Funktionen mehrerer Veränderlicher stärker einzubeziehen (z. B. Weigand/Flachmeyer, 1998; Cohors-Fresenborg u. a., 1995), Funktionen nicht nur zwischen Zahlenmengen zu sehen, sondern zwischen sehr unterschiedlichen Datenmengen, und schließlich funktionale Zusammenhänge in Verbindung mit dem Modulprinzip konstruktiv zu entwickeln, indem Funktionen sukzessive aufgebaut werden. Dadurch können Funktionen deutlicher als eigenständige Objekte erkannt werden, und es wird durch den Computer möglich, mit diesen Objekten auf der Bildschirmoberfläche zu operieren. Dies ist ein Schritt zur Entwicklung eines vertieften strukturellen Verständnisses des Funktionsbegriffs (vgl. hierzu auch die Artikel von Löthe und Puhlmann in diesem Heft, S. 19-26 bzw. S. 46-50).

Variablenbegriff

Die Verwendung von Variablen in einem Anwendungsprogramm erfordert einen erweiterten Variablenbegriff. So gibt es etwa beim TI-92 nicht nur Variablen für Zahlen, sondern z. B. auch für Listen, Daten und Matrizen. Solche Programme können dazu beitragen, einer alten didaktischen Forderung nach einem umfassenderen Variablenbegriff (vgl. etwa Malle, 1993) etwas näher zu kommen. Hierzu kann beitragen, daß – etwa bei einem Tabellenkalkulationsprogramm oder einem Computeralgebrasystem – deutlich zwischen dem *Variablennamen*, der *Belegung einer Variablen* mit bestimmten Werten und *Aussageformen* oder *Gleichungen* zu unterscheiden ist (etwa die Unterscheidung zwischen „ $x = 7$ “ und „ $x := 7$ “ in vielen Programmiersprachen). Das Arbeiten mit einem Softwaresystem kann so zur Aufklärung entsprechender Zusammenhänge beitragen, umgekehrt ist aber auch ein genaueres Wissen über diese Zusammenhänge für das Vermeiden von Fehlern beim Arbeiten mit dem Computer notwendig (vgl. Köhler, 1995, S. 125 ff.).

Diskrete Verfahren

Schon seit langem wird für den Mathematikunterricht eine stärkere Betonung experimenteller und heuristischer Methoden (Such- und Probiervverfahren, Abzählstrategien, induktive Verfahren) gefordert. Derartige Methoden lassen sich besonders gut bei Problemstellungen aus dem Bereich der diskreten Mathematik wie etwa der Kombinatorik, der Graphentheorie oder der Kryptographie verwirklichen. Diese (mathematischen!) Gebiete haben durch die Informatik an Bedeutung gewonnen, da der Computer hier in vielfacher Weise hilfreich eingesetzt werden kann, etwa beim

- ▷ Abzählen vorhandener Möglichkeiten,
▷ Vergleich verschiedener Lösungswege oder

▷ Austesten gefundener oder vermuteter Lösungsformeln.

Hier wird nun die Doppelfunktion des Rechners besonders deutlich. Zum einen ist er bei der expliziten Darstellung oder dem Ausführen von Algorithmen ein zentrales Hilfsmittel und Werkzeug, zum anderen kann dieser Werkzeugaspekt aber nicht unabhängig von den informatischen Fragestellungen wie Darstellung der Objekte im Rechner, Speicherplatzkapazitäten und Laufzeitverhalten gesehen werden. Der Rechner wird so auch zum Gegenstand der Betrachtungen im Mathematikunterricht.

Iteration und Rekursion

Wachstumsprozesse oder Vorgänge in dynamischen Systemen beruhen häufig auf iterativ oder rekursiv formulierten Gesetzmäßigkeiten. Computer bieten die Möglichkeit, derartige Prozesse in einfacher Weise numerisch zu berechnen und sie in verschiedensten graphischen Darstellungen wie *Phasendiagrammen* oder „*Spinnweben*“-*Diagrammen* darzustellen.

In österreichischen Lehrplänen und im Lehrplan von Baden-Württemberg (hier in Klasse 10) gehören Dynamische Systeme bereits zum obligatorischen Inhalt. In der Oberstufe können rekursiv definierte Folgen dann vor allem im Zusammenhang mit dem Grenzwertbegriff genügend tragfähige Beispiele darstellen, um die Bedeutung dieser Begriffsbildung entsprechend zur Geltung zu bringen.

Informatische Inhalte im Mathematikunterricht

Daten und Datenstrukturen

Für die Informatik sind „Daten“, „Datentypen“ oder „Datenstruktur“ Begriffe mit zentraler Bedeutung. Im gegenwärtigen Mathematikunterricht werden dagegen strukturelle Eigenschaften mathematischer Objekte wie Zahlen, Abbildungen und Funktionen i. allg. nicht (mehr) eigens thematisiert. Die Bedeutung dieser Begriffe in der Informatik mag nun im Mathematikunterricht wieder dazu führen, daß nicht nur strukturelle Eigenschaften von Zahlen und Funktionen stärker betont werden, sondern daß auch Datentypen wie Graphen und Bäume unter strukturellen Gesichtspunkten beurteilt werden. Neben der Möglichkeit der Darstellung oder Visualisierung derartiger Objekte bietet der Rechner auch die Möglichkeit, die Verknüpfungen zwischen Objekten wie Abbildungen, Funktionen oder Matrizen und die auf sie wirkenden Operationen auf der Bildschirmoberfläche explizit auszuführen.

Formale Sprachen

Eine Fehlerquelle beim Aufbau und beim Umgang mit der algebraischen Formelsprache ist darin zu sehen, daß Termumformungen häufig zu einem sinnleeren Spiel mit Zeichen und Symbolen nach unverständlichen Regeln werden (vgl. Malle, 1993). Hierzu trägt zum einen die bei Schülern oft nicht vorhandene Verbindung von Syntax und Semantik bei, zum ande-



ren spielt aber auch das Fehlen grundlegender Kenntnisse über syntaktische Regeln eine Rolle. Das Vermitteln von Grundkenntnissen über den Aufbau formaler Sprachen könnte die Sprache der Algebra und die bei Computeralgebrasystemen verwendete Sprache besser verständlich erscheinen lassen (vgl. hierzu Oberschelp, 1995 und Köhler, 1995).

Prozeduren und modulares Prinzip

Auch im Mathematikunterricht gehört das Zerlegen in Teilprozesse oder -schritte, das Zusammenfassen von einzelnen Schritten und das Arbeiten mit den entstandenen Prozeduren oder Moduln zum grundlegenden Arbeiten. Während dies im Mathematikunterricht aber stets inhaltsbezogen erfolgt, werden in der Informatik allgemeine Überlegungen zu derartigen Prozeduren zum *Gegenstand der Betrachtungen*. Ein derartiges Metawissen über prozedurales Arbeiten, also etwa die Kenntnis einer hierarchischen Klassifizierung von Schritten beim Problemlösen oder beim Modellbilden, kann aber auch im Mathematikunterricht insbesondere für den Aufbau heuristischer Strukturen wichtig und hilfreich sein.

Grenzen des Computereinsatzes

Der Einsatz eines jeden Werkzeuges im Unterricht muß stets auch das Einbeziehen und Reflektieren der Grenzen dieses Werkzeuges bedeuten. Grenzen des Computers zu kennen, bedeutet dabei zum einen, hardwarebedingte Grenzen zu kennen, wie etwa numerische Genauigkeit, Grafikauflösung (z. B. der „Stroboskopeffekt“, der etwa die Graphen von $\sin(x)$ und $\sin(kx)$ bei passenden Parametern für $k \neq 1$ identisch aussehen läßt) oder Größe des Speicherplatzes, es bedeutet aber auch, zu wissen, bei welchen Problemen bzw. Problemphasen der Einsatz eines Rechners möglich bzw. sinnlos ist; es ist also ein Metawissen über die Einsatzmöglichkeiten des Werkzeuges zu entwickeln.

Neue Arbeitsmethoden

Es wurde bereits oben herausgestellt, daß sich im Informatikunterricht Arbeitsmethoden wie Partnerarbeit,

Gruppen- und Projektunterricht entwickelt haben, die – spätestens seit der Reformbewegung zu Beginn dieses Jahrhunderts – immer wieder für den gesamten Schulunterricht gefordert werden. Der Informatikunterricht kann hier den Anstoß dazu liefern, – wieder einmal – die eingefahrenen (und nicht zuletzt durch TIMSS in die Diskussion geratenen) Unterrichtsmethoden im Mathematikunterricht kritisch zu reflektieren. Viele der im Informatikunterricht bereits praktisch erprobten Projekte können in ähnlicher Weise auch im Mathematikunterricht eingesetzt werden (vgl. Lehmann, 1995 und den Artikel von Baumann in diesem Heft, S. 33-45).

Stärkere Anwendungsorientierung – Modellbildung – Simulation

Bereits mit der Einführung des Taschenrechners war die Hoffnung verbunden, daß Anwendungen verstärkt in den Mathematikunterricht integriert werden. Diese Hoffnung hat sich sicherlich nur zum Teil erfüllt. Mit dem Computer sind nun höhere Erwartungen verbunden, und dafür gibt es bereits zahlreiche Vorschläge (vgl. etwa Henn, 1997). Indem der Rechner für die Schüler die gelegentlich umfangreicheren kalkülhaften Berechnungen übernimmt, können Aspekte der Modellbildung, wie das Interpretieren der in unterschiedlichen Darstellungen erhaltenen Lösungen und das experimentelle Austesten der Grenzen von Modellen, größere Beachtung finden. Informatische Inhalte spielen dabei insofern im Mathematikunterricht eine Rolle, als es bei diesen Problemstellungen nicht nur um das Aufstellen von Formeln und Algorithmen geht, sondern darüber hinaus um das Darstellen von Algorithmen auf dem Rechner (sei es mit Hilfe eines CAS, eines Tabellenkalkulationsprogramms oder eines geeigneten Simulationsprogramms), um die Aufteilung oder Zerlegung des Modellbildungsprozesses in Teilphasen, das Planen der Wechselbeziehung der einzelnen Module und schließlich um effiziente Berechnungsmethoden.

Zur gesellschaftlichen Bedeutung der Informatik

IuK-Techniken und Informatische Bildung

Die bildungstheoretische Diskussion um die „gesellschaftliche Bedeutung“ der Informatik und damit der IuK-Techniken führte schon sehr bald dazu, den Bildungsauftrag der allgemeinbildenden Schulen zu hinterfragen. Das *Rahmenkonzept für die informationstechnische Bildung in Schule und Ausbildung* der BLK von 1984 wurde zwar vielfach nur als Aufforderung zum Einsatz des Computers im Unterricht verstanden, meinte jedoch von Anfang an sehr viel mehr (vgl. etwa die maßgebliche Tagung in der Evangelischen Akademie in Loccum im Jahre 1983 mit dem Thema „Neue Technologien und Schule“, dokumentiert in: Evangelische Akademie Loccum, 1984).

Und 1985 griff Wolfgang Klafki diesen Aspekt im Rahmen seiner Analyse von „Allgemeinbildung“ innerhalb seiner „Neuen Studien zur Bildungstheorie und Didaktik“ (1985) auf, indem er ihn in seiner exemplarischen Liste möglicher *Schlüsselprobleme* wie folgt aufführte:

Gefahren und Möglichkeiten der neuen Informations- und Kommunikationstechniken und -medien.

Schlüsselprobleme bilden gemäß Klafki einen verbindlichen Kern dessen, das alle gemeinsam angeht, und zwar mit dem Ziel, daß jeder einzelne ein „geschichtlich vermitteltes Bewußtsein von zentralen Problemen der Gegenwart und – soweit voraussehbar – der Zukunft“ gewinne. Allgemeinbildung zeigt sich für ihn ferner in der „Einsicht in die Mitverantwortlichkeit aller angesichts solcher Probleme“ und der „Bereitschaft, an ihrer Bewältigung mitzuwirken“.

Folgt man dieser Auffassung, so wäre es für unsere Schülerinnen und Schüler wichtig, die IuK-Techniken, zu denen auch das Internet gehört, nicht nur unter mathematisch-technisch-naturwissenschaftlichen Aspekten und anwendend kennenzulernen, sondern auch zu erfahren, wie sie diese Techniken verantwortungsbeußt mitgestalten können und sollten. Bußmann und Heymann schrieben hierzu 1987 (S. 31 f.):

„Ignoriert die allgemeinbildende Schule den Computer als verändernden Faktor der gesellschaftlichen Wirklichkeit [...], so zieht sie sich zu Recht den Vorwurf der Weltfremdheit zu. Unter dem Anspruch, Orientierungswissen über die gegenwärtigen Lebensbedingungen zu vermitteln, ist es unerläßlich, die Rolle des Computers in unterschiedlichen Berufsfeldern, Freizeitbereichen, politischen Zusammenhängen (Datenschutz, Wahl- und Wirtschaftsprognosen, Militärwesen, zivile Verwaltung) zu thematisieren. Dies braucht nicht in neu zu etablierenden Fächern zu geschehen; im Rahmen des traditionellen Fächerkanons könnten sich z. B. Politik oder Arbeitslehre dieser Aufgaben annehmen. Wird der Computer aber allein als verändernder Faktor der gegenwärtigen Lebensbedingungen behandelt, so kann eine Abspaltung zwischen dem Wissen um diese seine Funktion einerseits und dem alltäglich mit ihm praktizierten Umgang [...] andererseits eintreten [...]. Deshalb sollte der Computer auch als symbolverarbeitende Universalmaschine zum Unterrichtsgegenstand gemacht werden [...]. Dabei kann es aber [...] nicht primär darum gehen, den Computer technisch zu verstehen. Mit dem gleichen Recht könnten sonst Gebrauchsobjekte wie Fernseher, Kraftfahrzeuge, Telefon – unter Hinweis auf ihren Einfluß und ihre Verbreitung – unter technischem Aspekt im Unterricht thematisiert werden. [...] Erst die Einsicht in die dem Computer mögliche Perfektionierung bei der Akkumulation von harmlosen Einzelinformationen zu brisanten Dossiers stellt für die Betroffenen eine Voraussetzung dar, durch zielstrebiges Handeln etwa die Löschung personenbezogener Daten zu betreiben und schließlich durchzusetzen.“

Festzuhalten ist, daß hier jeweils Bildungsaufgaben an die Schule herangetragen werden, die sich nicht primär aus dem tradierten Selbstverständnis der einzelnen Unterrichtsfächer ergeben, sondern ihre Begründung in der Bedeutung der IuK-Techniken für das Individuum und die Gesellschaft finden, also in der sog. „gesellschaftlichen Bedeutung der Informatik“. Dies ist die Grundlage für die informationstechnische (Grund-)Bildung bzw. die informations- und kommunikationstechnologische Bildung, wobei – umfassender – seit einiger Zeit auch „informatische Bildung“ vorgeschlagen wird, denn:

„Erst mit dem Begriff der ‚informatischen Bildung‘ wurde eine didaktische Diskussion eröffnet [...], in der der Versuch gemacht wird, das Unterrichtsfach Informatik, die in-

formationstechnische Grundbildung und die medialen Aspekte des Computereinsatzes als Ganzes zu sehen" (Koerber/Peters, 1998, S. 22).

Dieser Bildungsaspekt betrifft Schule als Ganzes, damit im Prinzip alle Fächer in spezifischer Weise, also auch den Mathematikunterricht. Aber wie?

Würde man den Bogen noch weiter spannen und sogar „Technik“ schlechthin in ihrer Bedeutung für Individuum und Gesellschaft sehen, so käme man letztlich zum Konzept einer die informatische Bildung einschließenden „technologischen Bildung“ (vgl. Hischer, 1988, 1991, 1994c).

Mediale Aspekte

Der Hinweis auf die „medialen Aspekte“ in obigem Zitat hilft uns hierbei weiter: Seit Anfang der 90er Jahre werden sowohl in der Erziehungswissenschaft als auch in der Bildungspolitik die Bemühungen um Konzepte zur Berücksichtigung der IuK-Techniken im Bildungskanon der Schule verstärkt unter Aspekten der *Medienpädagogik* gesehen – eine Sichtweise, die in den 80er Jahren noch eher marginal war. Zur Medienpädagogik gehören in unserem Kontext die Teilbereiche *Mediendidaktik*, *Medienkunde* und *Medienerziehung* (vgl. Kron, 1993). Dies sei sogleich für den Mathematikunterricht beispielhaft konkretisiert:

Die *Mediendidaktik* befaßt sich mit den *Funktionen und Wirkungen von Medien in Lehr- und Lernprozessen* (nach Issing, 1987). Mathematikdidaktische Konzepte, die sich auf IuK-Techniken beziehen, betreffen meist die *Mediendidaktik*, indem nämlich *Vorschläge zum Computereinsatz im Mathematikunterricht* entwickelt werden und dieser Einsatz mit seinen Folgen für das Lehren und Lernen hypothetisch analysiert und empirisch evaluiert wird. Die Rolle der Informatik ist dann also auf die eines Lieferanten neuartiger unterrichtsmethodischer Werkzeuge reduziert. Hypertext und das Internet werden hier künftig wichtige Gegenstandsbereiche der mediendidaktischen Forschung sein, und zwar nicht nur im Mathematikunterricht.

Bei der *Medienkunde* geht es um die *Vermittlung von Kenntnissen über Medien* (z. B. Technik, Anwendung, Produktion, individuelle, gruppenspezifische, gesellschaftliche Rahmenbedingungen) – mithin liegt hier ein *anderer Bildungsaspekt der IuK-Techniken* vor! Wenn etwa im Mathematikunterricht ein Beitrag zur Aufklärung der Funktionsweise eines Computers geleistet wird, indem binäre Darstellungen als wichtiges Mittel der Digitalisierung bis hin zu Problemen der Pixelgrafik (vgl. z. B. Schwill, 1997) untersucht werden, dann ist dies ein Aspekt der *Medienkunde*, und es wird deutlich, daß der Mathematikunterricht auch in diesem Feld Beiträge leisten kann.

Die *Medienerziehung* verfolgt auf der mikrosozialen Ebene das Hauptziel, Menschen, insbesondere Heranwachsende, zu einem *bewußten, reflektierten, kritischen, d. h. sozialerwünschten Umgang mit Medien* anzuleiten und auf diesem Weg zu begleiten (nach Issing, 1987). Wenn der Mathematikunterricht auch einen Beitrag zur *Medienerziehung* leisten soll, so muß durch ihn in geeigneter Weise behandelt werden, welche Folgen im

Sinne von Chancen bzw. Gefahren der Umgang mit diesen neuen Medien sowohl unmittelbar für den Einzelnen als auch unmittelbar oder mittelbar für die Gesellschaft (einschließlich nachfolgender Generationen) mit sich bringt. Es geht hier also auch um *menschenwürdige Technikgestaltung*. Da Modellbildung und Simulation in immer stärkerer Weise zur Planung und Gestaltung unseres Alltags und unserer Zukunft verwendet werden und solche Verfahren sowohl mit Hilfe der Mathematik als auch der Informatik realisiert werden, wird deutlich, daß der Mathematikunterricht einen erheblichen Beitrag zur *Medienerziehung* leisten kann, indem Modelle nicht nur aufgestellt und „durchgerechnet“ werden, sondern auch die Konsequenzen solcher Modellierungen und Simulationen für die Lebensgestaltung mit in den Blick genommen werden. Zugespielt: Ethische Fragen dürfen von den Sachfragen nicht abgekoppelt und in einen „Ethik-Unterricht“ verwiesen werden, sondern sie sind bereits dort aufzugreifen, wo sie in ihrer „nur“ technischen Dimension auftreten. Somit gehören auch manche Umweltthemen unter medienerzieherischen Aspekten in die Schule und auch in den Mathematikunterricht.

Fazit

Alle drei Aspekte der *Medienpädagogik* – nämlich: *Mediendidaktik*, *Medienkunde* und *Medienerziehung* – sollten nicht losgelöst voneinander im Unterricht zum Tragen kommen. Eine so verstandene Medienpädagogik kann *bei Bezug auf die IuK-Techniken* wegen der Komplexität des Gegenstandes nicht von einem Unterrichtsfach allein übernommen werden, auch nicht von dem Fach Informatik – vielmehr sind im Prinzip alle Unterrichtsfächer mit je spezifischen Ansätzen gefordert. Das BLK-Rahmenkonzept ist damit eigentlich einer Medienpädagogik verpflichtet, und dies macht verständlich, weshalb in den letzten Jahren auch von der BLK große Anstrengungen zur Weiterentwicklung medienpädagogischer Konzepte unternommen werden! Im Einklang mit solchen Konzepten wären dann auch Bildungsaufgaben und -ziele für den Mathematikunterricht zu formulieren.

Schlußbemerkung

Es ist mittlerweile hinlänglich bekannt, daß allein die Integration eines neuen Werkzeugs in den Unterricht weder die Unterrichtsmethoden verändert noch die angestrebten Ziele besser erreichen läßt. Es kommt vielmehr darauf an, daß die Unterrichtenden Aufbau und Grenzen des neuen Werkzeugs kennenlernen, daß sie ein fundiertes Wissen über den problemadäquaten Einsatz erwerben und daß sie die Verwendung des Werkzeugs im Hinblick auf das Erreichen der Ziele des Mathematikunterrichts richtig einzuordnen wissen. Hierfür stellt die Informatik eine zentrale Bezugswissenschaft für den Mathematikunterricht dar. Dieser wird und muß sich in den nächsten Jahren ändern, wenn er

seinem Anspruch auf Allgemeinbildung in einem technologischen Zeitalter gerecht werden will. Zu diesem Allgemeinbildungsanspruch gehört dann im Rahmen einer informatischen Bildung oder gar einer technologischen Bildung nicht nur die Verwendung solcher Werkzeuge im mediendidaktischen Sinn, sondern auch deren Entschlüsselung im medienkundlichen Sinn und die kritische Reflexion ihrer Verwendungszusammenhänge im medienerzieherischen Sinn, wobei für die Bereiche Medienkunde und insbesondere Medienerziehung noch weitere konkrete Vorschläge zu entwickeln sind.

Prof. Dr. Horst Hischer
Studienseminar Braunschweig II
für das Lehramt an Gymnasien
An der Katharinenkirche 11
38100 Braunschweig
E-Mail: h.hischer@tu-bs.de

Prof. Dr. Hans-Georg Weigand
Universität Gießen
Institut für Didaktik der Mathematik
Karl-Gloekner-Straße 21c
35394 Gießen
E-Mail: hans-georg.weigand@math.uni-giessen.de

Literatur

- Baumann, R.: Schulcomputerjahrbuch 1988/89. Stuttgart: Metzler/Teubner, 1988a.
- Baumann, R.: Neue Informationstechnologien und Mathematikunterricht. In: Journal für Mathematikdidaktik, 9 (1988b), H. 4, S. 327-334.
- Baumann, R.: Didaktik der Informatik. Stuttgart: Klett 1996.
- Bußmann, H.; Heymann, H.-W.: Computer und Allgemeinbildung. In: Neue Sammlung, 27 (1987), H. 1, S. 2-39.
- Cohors-Fresenborg, E. u. a.: Funktionenlehre Klasse 10. Osnabrück: Forschungsinstitut für Mathematikdidaktik e. V., 1995.
- Evangelische Akademie Loccum (Hrsg.): Neue Technologien und Schule. Loccum Protokolle 23/1983. Dokumentation einer Tagung der Evangelischen Akademie Loccum und des Niedersächsischen Kultusministeriums vom 14. bis 16. Oktober 1983. Loccum: 1984.
- Henn, H.-W.: Modellbilden im Mathematikunterricht – Themenheft. Der Mathematikunterricht, 43 (1997), H. 5.
- Herget, W. (Hrsg.): Mathematik, Computer und Allgemeinbildung. (Tagungsband über die 9. Arbeitstagung des Arbeitskreises „Mathematikunterricht und Informatik“ vom 6. bis 8.10.1989 in Wolfenbüttel). TU Clausthal, Mathematik-Bericht 90/3, 1990.
- Hischer, H.: Allgemeinbildende Schulen und neue Informationstechnologien. In: Erziehungswissenschaft und Beruf, 8. Sonderheft 1988, S. 50-57. Nachdruck in: Baumann, R.: 1988a, S. 39-47.
- Hischer, H.: Neue Technologien als Anlaß einer erneuten Standortbestimmung für den Mathematikunterricht. In: mathematica didactica, 14 (1991) H. 1/2, S. 3-24.
- Hischer, H. (Hrsg.): Mathematikunterricht im Umbruch? – Erörterungen zur möglichen „Trivialisierung“ von mathematischen Gebieten durch Hardware und Software. Bericht über die 9. Arbeitstagung des Arbeitskreises „Mathematikunterricht und Informatik“ in der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik e. V. vom 27. bis 29. September 1991 in Wolfenbüttel. Hildesheim: Franzbecker, 1992.
- Hischer, H.: Wieviel Termumformung braucht der Mensch? Fragen zu Zielen und Inhalten eines künftigen Mathematikunterrichts angesichts der Verfügbarkeit informatischer Methoden. Bericht über die 10. Arbeitstagung des Arbeitskreises „Mathematikunterricht und Informatik“ in der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik e. V. vom 25. bis 27. September 1992 in Wolfenbüttel. Hildesheim: Franzbecker, 1993.
- Hischer, H.: Mathematikunterricht und Computer – neue Ziele oder neue Wege zu alten Zielen? Bericht über die 11. Arbeitstagung des Arbeitskreises „Mathematikunterricht und Informatik“ in der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik e. V. vom 8. bis 10. Oktober 1993 in Wolfenbüttel. Hildesheim: Franzbecker, 1994a.
- Hischer, H.: Mathematikunterricht und Computer – Ein Überblick. In: Mathematik in der Schule, 32 (1994b) H. 6, S. 321-332.
- Hischer, H.: Mathematikunterricht und Computer – Perspektiven. In: Mathematik in der Schule, 32 (1994c) H. 7/8, S. 385-397.
- Hischer, H.; Weiß, M. (Hrsg.): Fundamentale Ideen – Erörterungen zur Zielorientierung eines künftigen Mathematikunterrichts unter Berücksichtigung der Informatik. Bericht über die 12. Arbeitstagung des Arbeitskreises „Mathematikunterricht und Informatik“ in der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik e. V. vom 23. bis 26. September 1994 in Wolfenbüttel. Hildesheim: Franzbecker, 1995.
- Hischer, H. (Hrsg.): Computer und Geometrie – Neue Chancen für den Geometrieunterricht? Bericht über die 14. Arbeitstagung des Arbeitskreises „Mathematikunterricht und Informatik“ in der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik e. V. vom 20. bis 23. September 1996 in Wolfenbüttel. Hildesheim: Franzbecker, 1997.
- Hischer, H.; Weiß, M. (Hrsg.): Rechenfertigkeit und Begriffsbildung – Zu wesentlichen Aspekten des Mathematikunterrichts vor dem Hintergrund von Computeralgebrasystemen. Bericht über die 13. Arbeitstagung des Arbeitskreises „Mathematikunterricht und Informatik“ in der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik vom 22. bis 25. September 1995 in Wolfenbüttel. Hildesheim: Franzbecker, 1996.
- Hischer, H.: Geometrie und Computer – Suchen, Entdecken, Anwenden. Bericht über die 15. Arbeitstagung des Arbeitskreises „Mathematikunterricht und Informatik“ in der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik e. V. vom 24. bis 27. September 1997 in Wolfenbüttel. Hildesheim: Franzbecker, 1998.
- Issing, L. J.: Medienpädagogik im Informationszeitalter. Weinheim: Deutscher Studienverlag, 1987.
- Jahnke, H. N.: Mathematik und Bildung in der Humboldtschen Reform. Göttingen: Vandenhoeck & Ruprecht, 1990.
- Klafki, W.: Neue Studien zur Bildungstheorie und Didaktik – Zeitgemäße Allgemeinbildung und kritisch-konstruktive Didaktik. Weinheim; Basel: Beltz, 1985.
- Koerber, B.; Peters, I.-R. (Hrsg.): Informatische Bildung in Deutschland – Perspektiven für das 21. Jahrhundert. Berlin: LOG IN Verlag, 1998.
- Köhler, R.: Mathematische Standardsoftware und Informatik – Zur Problematik des Zuweisungsoperators und des Gleichheitszeichens in DERIVE. In: Der mathematische und naturwissenschaftliche Unterricht, 48 (1995), H. 4, S. 195-198.
- Kommerell, K.: Das Grenzgebiet der Elementaren und Höheren Mathematik. Leipzig: Koehler, 1936.
- Kroll, W.: Trigonometrie entwickelt aus der Kreisberechnung nach Archimedes. In: Praxis der Mathematik, 24 (1982), H. 1, S. 1-17.
- Kron, F. W.: Grundwissen Didaktik, München/Basel: UTB, 1993.
- Lehmann, E.: Projekte im Informatikunterricht. Bonn: Dümmler, 1995.
- Malle, G.: Didaktische Probleme der elementaren Algebra. Braunschweig: Vieweg, 1993.
- Mehrtens, H.: Moderne Sprache Mathematik. Frankfurt: Suhrkamp, 1990.
- Modrow, E.: Zur Didaktik des Informatikunterrichts. Bonn: Dümmler, 1991.
- Oberschelp, W.: Computeralgebrasysteme als Implementierung symbolischer Termalgorithmen. In: Hischer; Weiß, 1996, S. 31-37.
- Pahl, F.: Geschichte des naturwissenschaftlichen mathematischen Unterrichts. Leipzig: Quelle und Meyer, 1913.
- Reble, A.: Geschichte der Pädagogik. Stuttgart: Klett, 1971.
- Schubring, G.: Die Entstehung des Mathematiklehrerberufs im 19. Jahrhundert. Weinheim; Basel: Beltz, 1983.
- Schwill, A.: Graphische Datenverarbeitung – eine fruchtbare Verbindung von Mathematik und Informatik. In: Hischer, 1997, S. 172-177.
- Weigand, H.-G.: Überlegungen zum Verhältnis von Mathematik- und Informatikunterricht. In: Der mathematische und naturwissenschaftliche Unterricht, 46 (1993), H. 7, S. 428-432.
- Weigand, H.-G.: Veränderungen des Mathematikunterrichts aufgrund des Einflusses der Informatik. In: Hischer, 1998, S. 131-136.
- Weigand, H.-G.; Flachsmeyer, J.: Ein computerunterstützter Zugang zu Funktionen mit zwei Veränderlichen. Erscheint in: mathematica didactica, 1998.