

Mathematikunterricht und Computer: Perspektiven

Festvortrag
aus Anlaß des 65. Geburtstages von

Gerhard Holland

gehalten von Horst Hischer am 13. November 1993 in Gießen

• **Mathematikunterricht und Computer: Perspektiven** *

Horst Hischer, Braunschweig

Vorwort

Lieber Herr Holland!

Für mich als Niedersachse ist es eine ganz besondere Freude, bei diesem Festkolloquium aus Anlaß Ihres 25jährigen Jubiläums über Fragen des Mathematikunterrichts sprechen zu können, denn just vor 25 Jahren begann für mich persönlich die erste Begegnung mit dem Phänomen „Didaktik der Mathematik“ einerseits und mit dem Namen „Holland“ andererseits.

Damals, im Februar 1968, begann meine Referendarszeit, und erstmals tauchte für mich der Name „Didaktik“ nicht im Zusammenhang mit „Autodidakt“, sondern mit „Mathematikunterricht“ auf. Es war die Zeit, als die Didaktik der Mathematik sich noch nicht als Wissenschaft etabliert hatte, geschweige denn, daß Studenten für das sog. „höhere Lehramt“ ein entsprechendes Lehrangebot an der Universität erhielten.

Nein — die intensive Erstbegegnung mit Fragen des Mathematikunterrichts, die wir heute als „didaktische Fragen“ einordnen, begann für uns damals im Studienseminar, einer Institution, die ich als ungemein kreativ und innovativ in Erinnerung habe. Und ich erinnere mich weiterhin lebhaft, daß sich diese Referendarszeit ganz wesentlich auf ein verändertes Bild von Mathematik bei mir ausgewirkt hatte — und zwar führte sie u. a. zu äußerst subtilen vergleichenden Begriffsauslotungen in elementaren, scheinbar selbstverständlichen Gebieten, einer Betrachtungsform, denen ich an der Hochschule damals in dieser Form leider nicht begegnet bin.

Und in diese Zeit fielen im gleichen Jahr einerseits die denkwürdigen „Empfehlungen zur Neugestaltung des Mathematikunterrichts“ der Kultusministerkonferenz und andererseits das 1966 erschienene Buch von Heinz Schröder mit dem Titel „Der Mathematikunterricht im Gymnasium“ — Pflichtlektüre für uns Referendare einerseits und von nachhaltigem Einfluß auf die niedersächsische Lehrerfortbildung für den Mathematikunterricht an Gymnasien andererseits.

Die in diesem Buch enthaltenen Artikel von Gerhard Holland zum Funktionsbegriff, zur Behandlung der vollständigen Induktion und zur Einführung des Grenzwertbegriffs hatte ich mit besonderem Gewinn gelesen und für meine ersten unterrichtlichen Experimente genutzt.

Die andere heutige Jubiläumszahl, nämlich 30, hat für mich ebenfalls einen persönlichen Bezug, denn 1963 hatte ich als Student meine erste Begegnung mit Computern — Großgeräten allerdings, die den Platzbedarf von 2 Schulklassenzimmern hatten, ständig sorgfältig klimatisiert werden mußten und den enormen Arbeitsspeicher von 32 (!) Kilo-byte hatten!

Somit assoziiere ich in meiner Erinnerung mit den Jahreszahlen 1968 „Mathematikunterricht“ und mit 1963 „Computer“.

Deshalb, meine sehr verehrten Damen und Herren, komme ich der Bitte, heute über das Thema „Mathematikunterricht und Computer“ zu sprechen, mit ganz besonderem Vergnügen nach. Und da ein Jubiläum nicht nur Anlaß zum Rückblick, sondern immer auch nach vorne gerichtet sein soll, habe ich mein Vortragsthema mit dem Untertitel „Perspektiven“ angereichert.

* Vortrag beim Festkolloquium zum 65. Geburtstag von Prof. Dr. Gerhard Holland am 13.11.1993 in Gießen

1 Überblick

1.1 Der Computer als „Trivialisierer“

Die Mathematiker haben nicht nur das Bestreben, Einsichten zu gewinnen und tiefliegende Sätze herzuleiten. Daneben bemühen sie sich ernsthaft darum, allgemeine Methoden zu finden, mit deren Hilfe gewisse Klassen von Problemen systematisch behandelt und sozusagen automatisch gelöst werden können. Jede neu gefundene Methode ist ein Fortschritt der Mathematik. Damit wird allerdings der durch diese Methode beherrschte Aufgabenkreis **trivialisert** und hört auf, ein interessantes Gebiet der schöpferischen Mathematik zu sein.

Das schrieben Hermes und Markwald vor rund dreißig Jahren in den „Grundzügen der Mathematik“ von Behnke¹, und sie trafen damit die Situation, vor der wir m. E. heute stehen, vorausschauend und treffend.

So galt z. B. die Beherrschung arithmetischer Techniken einst als anspruchsvolle geistige Leistung – ja gar als ein Merkmal von Bildung. Der Computer – und mit ihm der Taschenrechner – hat solche menschlichen Fertigkeiten längst entzaubert und sie zur stupiden Rechenarbeit degradiert, die man lieber einer Maschine anvertraut. Buchberger nennt das – ganz im Sinne von Hermes und Markwald – „Trivialisierung der Arithmetik durch den Computer“². Als Werkzeug nimmt der Computer dabei die klassische numerische Rolle als *Rechner*, *Graphiker* und *Textverarbeiter* wahr.

Winkelmann verwendet auch den Begriff „Rechenknecht“³, indem er anführt:

Der Rechner rechnet so, wie wir auch schon immer rechneten, er nimmt uns die übliche Arbeit ab. In diesem Sinne sind Computer leicht zu verstehen, und auch ihre Einsatzmöglichkeiten sind zunächst überschaubar.

Als Beispiele nennt er:

Taschenrechner, Tabellenkalkulationsprogramme, Statistik-Pakete, Multiplikation von Matrizen, Ausmultiplizieren symbolischer Ausdrücke, symbolisches Differenzieren.

¹ in [Behnke et al. 1962], S. 33:
„§5 Der Kalkülbegriff...“

² [Buchberger 1989]

³ [Winkelmann 1992]

Das eigentlich Brisante sind die Möglichkeiten symbolischen Rechnens: Denn mittlerweile ist die technische Entwicklung bei Hard- und Software so weit gegangen, daß nun außerordentlich leistungsfähige Programme vorliegen, mit denen man komplexere Strukturen wie *Terme* und *Formeln* bearbeiten kann.

Damit tritt der Computer für den Anwender in neuen, formalen Rollen auf, die zum „symbolischen Rechnen“ gehören, nämlich als:

- Termumformer
- Gleichungslöser (algebraisch!)
- Differenzierer (algebraisch!)
- Integrierer (bestimmt/unbestimmt)

Programme, die Derartiges leisten können, heißen *Formelmanipulationssysteme*⁴ oder *Computeralgebrasysteme* (CAS) und sind heute bereits für den PC und sogar schon für neuartige „Taschencomputer“ verfügbar, so etwa die Programme DERIVE oder MATHEMATICA. Das bedeutet also, daß damit auch das *Gebiet* der Formelmanipulation oder *des symbolischen Rechnens* im Sinne von Buchberger „trivialisert“ worden ist und somit der „Bronstein“ entbehrlich werden könnte!

Abb. 1 zeigt als einfaches Beispiel die Polynomdivision mittels DERIVE und die anschließende Faktorisierung des Nenners.

Bedenken wir, daß ein wesentlicher Teil des bisherigen, *realen* Mathematikunterrichts der

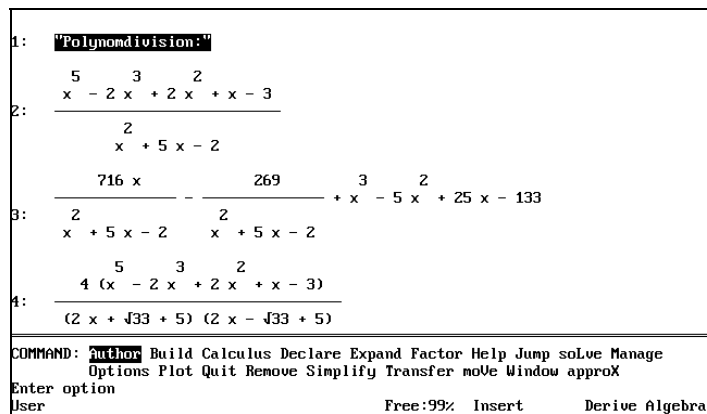


Abb. 1

Erarbeitung und Festigung von Kalkülen dient – nämlich Termumformungen, Gleichungslösen, Differenzieren, Integrieren – und diese Kalküle nunmehr von solchen neuartigen Maschinen ausgeführt werden, so gelangen wir unweigerlich zur neuen *Sinfrage*:

- An welchen Zielen sollte sich ein künftiger Mathematikunterricht (eigentlich noch) orientieren?

⁴ [Oberschelp 1991]

Betrachtet man insbesondere Abituraufgaben, die vielfach kalkülarartig konzipiert sind⁵, so stellt sich sogar die grundsätzliche Frage, ob wir mit dem Mathematikunterricht bisher auf dem richtigen Weg sind, und es schließt sich die Frage an:

- Führt der Computer als „Trivialisierer“ zu einer Sinnkrise des Mathematikunterrichts?

1.2 Weitere instrumentelle Aspekte

In diesem Zusammenhang muß ich noch zwei weitere wichtige Aspekte des Computers zu erwähnen, die seine Bedeutung als neuartiges Werkzeug in der Mathematik hervorheben:

- **Der Computer als „Entdecker“**

Mit dem Computer liegt nämlich für die mathematische Forschung ein neuartiges Werkzeug vor, und zwar für eine experimentelle, heuristisch vorgehende Mathematik, die es – zumindest in dieser Ausprägung – in der „Vor-Computer-Ära“ nicht gab.⁶

- **Der Computer als „Beweiser“**

Das automatische Beweisen von mathematischen Sätzen, von dem schon Leibniz träumte, ist heute Realität geworden. Es wird von sog. Deduktionssystemen geleistet, die zum Gebiet der sog. „Künstlichen Intelligenz“ gehören.⁷

1.3 Ein anthropologischer Aspekt: Auslagerung von Denkfähigkeit

Und noch ein weiterer Aspekt der Maschine „Computer“ sollte uns nachdenklich stimmen:

Während frühere Maschinen als Produkte des *homo faber* mechanische Fähigkeiten des Menschen im anthropologischen Sinn „auslagerten“, wie es Fischer und Malle bezeichnen⁸, stellt der Computer einen Maschinentypus gänzlich neuer Qualität dar, indem er Fähigkeiten „übernimmt“, die bisher den menschlichen Geistesleistungen zugeordnet wurden.⁹

⁵ Vgl. hierzu [Weigand/Weth 1991] und [Herget 1992, 1993].

⁶ So gibt es z. B. bereits an der Humboldt-Universität in Berlin ein „Institut für experimentelle Mathematik“.

⁷ Eine entsprechende Forschergruppe an der Universität Karlsruhe zählt hier mit der von ihr entwickelten „Markgraf Karl Refutation Procedure“ zur internationalen Spitze.

⁸ vgl. [Fischer/Malle 1985], S. 257-258

⁹ So weist [Winkelmann 1992] darauf hin, daß Computer schrittweise bisher menschliche Tätigkeiten übernehmen, nämlich zielgerichtetes, ergebnisorientiertes und algorithmisches Umgehen mit Zahlen und Symbolen.

Die im Computer repräsentierten neuen Informations- und Kommunikationstechniken stellen damit – als Produkt der Informatik – das bisherige Menschenbild in Frage.

1.4 Computer und Informatik als Herausforderung für den Mathematikunterricht

Zusammenfassend führen mich diese Aspekte des Computers zugleich zu folgender

These:

Der Computer zwingt uns in der Mathematikdidaktik Fragen auf, denen wir nicht (länger) ausweichen können.

In einem stark vereinfachten Zugang sind das zunächst folgende drei *Rahmenfragen* (Abb. 2):

- „warum?“
(die Frage nach dem Sinn),
- „was?“
(die Frage nach den Inhalten) und
- „wie?“
(die Frage nach den Methoden).

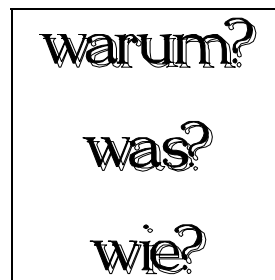


Abb.2

Nun sind das keine neuen Fragen, sondern sie sind geradezu konstitutiv für didaktische Untersuchungen.

Was nun also ist neu an diesen Fragen? Die Brisanz liegt nach meiner Einschätzung darin, daß sie im Zusammenhang mit dem Auftreten des Computers – und allgemeiner: mit dem Entstehen der jungen Wissenschaft Informatik – *erneut* gestellt werden müssen.

So sollten wir also diese drei Fragen im folgenden stets vor diesem Hintergrund formuliert denken, etwa so:

So sollten wir also diese drei Fragen im folgenden stets vor diesem Hintergrund formuliert denken, etwa so:

- Es gibt Computer und Informatik — **Wie** sollte ein künftiger Mathematikunterricht *gestaltet* werden?
- Es gibt Computer und Informatik — **Was** sollte *Inhalt* eines künftigen Mathematikunterrichts sein?
- Es gibt Computer und Informatik — **Warum** sollte (künftig eigentlich noch) Mathematikunterricht in der allgemeinbildenden Schule erteilt werden?

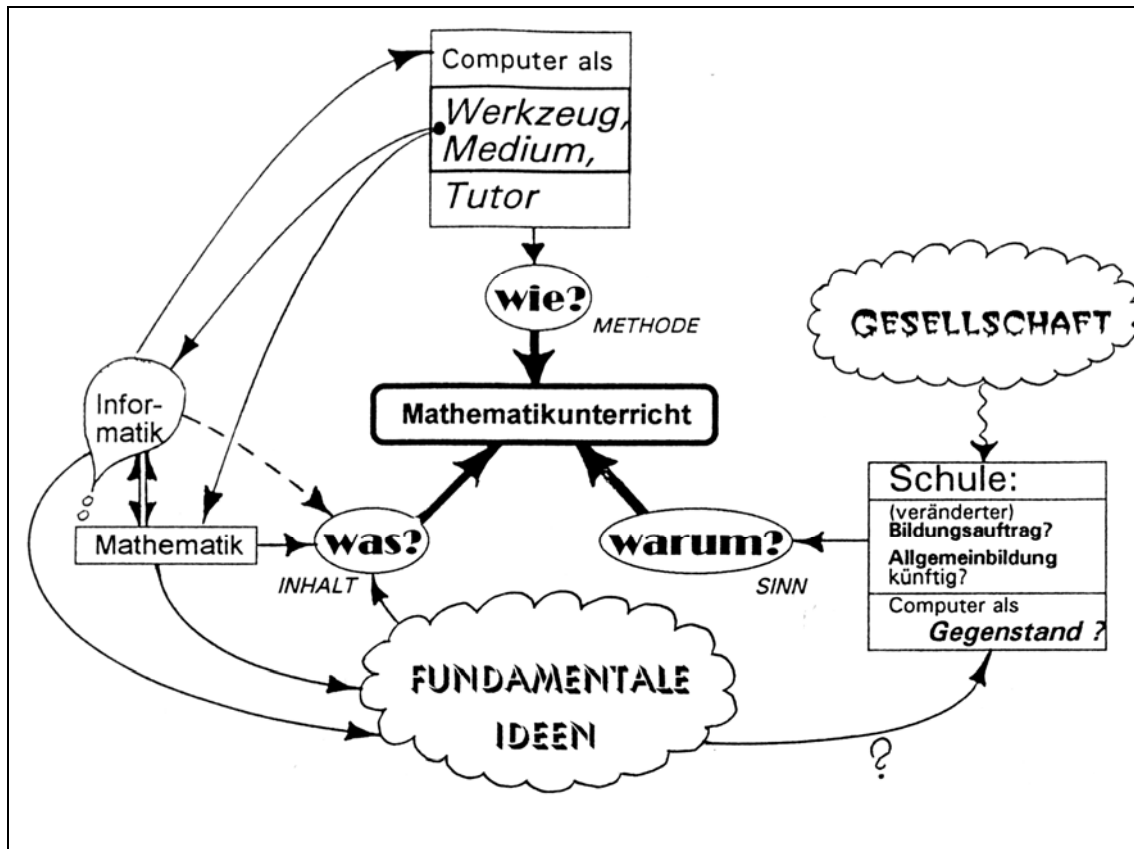


Abb. 3

Nun ist zwar die Frage nach dem „wie?“ im Rahmen von Unterrichtsplanung erst als letzte zu stellen, jedoch tritt sie interessanterweise im Zusammenhang mit dem Phänomen „Mathematikunterricht und Computer“ ebenfalls primär auf, indem – *methodisch orientiert* – gefragt wird:

- Ist der Computer ein willkommenes **Hilfsmittel** (als *Werkzeug, Medium* und *Tutor*) zur interessanteren und effektiveren Gestaltung von Unterricht? ¹⁰

Eine Fülle einschlägiger Publikationen der letzten Jahre zeugt von entsprechenden Intentionen, Erwartungen und Erfahrungen.

Andererseits könnte man folgende Frage als einen *Beitrag zur Sinnfrage* stellen:

- Sollte der Computer vielleicht auch ein Unterrichts**gegenstand** sein, weil bereits seine *Existenz* in unserer Gesellschaft und die damit verbundenen Implikationen hinreichend *Anlaß zu einem Reflektieren von Allgemeinbildung* geben?

Bei dieser Frage zeigt sich übrigens, daß man bei ihrer Bearbeitung erheblich tiefer schürfen muß, als es der Gegenstand „Computer“ zunächst vermuten läßt.

Und schließlich stelle ich zum wiederholten Male folgende *Inhaltsfrage*:

- Ist es sinnvoll und zu verantworten, neben dem Fach Mathematik ein weiteres Fach **Informatik** fest als **Pflichtfach** zu etablieren, oder sind Alternativen denkbar und wünschenswert? Wäre es nicht wichtiger, z. B. den Umfang von Musikunterricht und Kunstunterricht verpflichtend zu erhöhen?

Mit dieser Frage provoziere ich ganz bewußt, weil auch wir Mathematikdidaktiker zur Kenntnis nehmen müssen, daß Mathematikunterricht nur ein Teil des Ganzen sein kann und darf und daß auch wir uns über den „Rest“ Gedanken machen sollten! Diese Frage enthält zugleich ein eindringliches Plädoyer für eine fächerübergreifende, transdisziplinäre und ganzheitliche Sicht von Schule.

Bei der Bearbeitung der letzten beiden Fragen (Sinn und Inhalt) ist zu berücksichtigen (vgl. Abb. 3), daß der

- Computer als *Werkzeug und Medium* Einzug in die Wissenschaft Mathematik gehalten hat,

¹⁰ Es ist zunächst nicht erforderlich, einen Versuch der begrifflichen Abgrenzung dieser drei Termini vorzunehmen. In der Tat sind die Übergänge fließend.

- die heutige *Computertechnik* ein *Produkt der Informatik* ist,
- die *Informatik* aus der *Mathematik* hervorgegangen ist und sich nunmehr
- Informatik und Mathematik verkoppelt weiterentwickeln.¹¹

Das Vorhandensein von Informatik und die Verfügbarkeit informatischer Methoden führen damit unter Berücksichtigung dieser drei Rahmenfragen zu einer Herausforderung der Mathematikdidaktik, indem zu fragen ist, ob nicht neben Mathematik auch *Informatik als weitere inhaltliche Bezugswissenschaft* eines künftigen Mathematikunterrichts auftritt und „fundamentale Ideen“¹² beider Disziplinen didaktisch relevant sind.¹³

1.5 Ein breiterer Ansatz: Informatik, Allgemeinbildung und „Schlüsselprobleme“

Halten wir also fest, daß spätestens seit dem Auftreten derartiger Computeralgebrasysteme ernsthaft über eine Sinnbestimmung von Mathematikunterricht erneut nachgedacht – besser: *vorgedacht* – werden muß.

Es sind jedoch nicht nur solche Systeme, die nachdenklich stimmen sollten, sondern man muß bei einer gründlichen Reflexion den Bogen schon weiter fassen:

- So ist verallgemeinernd die *Bedeutung der Informatik und die Rolle des Informatikunterrichts* mit zu berücksichtigen,
- aktuelle *bildungsdidaktische Überlegungen zur Allgemeinbildung* gehören dazu, und
- das *Selbstverständnis von Mathematik als Wissenschaft* einerseits und als *Technologie* im Sinne *kritisch reflektier-*

¹¹ So sind die Springer Newsletter 4/1992 auf jeder Seite mit ansprechenden dreidimensionalen Computergraphiken angereichert, auch wenn auf diesen Seiten nur Werke zur „klassischen Mathematik“ aufgeführt sind!

Und auf der „Schlendertasche“ für die Teilnehmer der DMV-Tagung 1992 in Berlin prangte ebenfalls eine dreidimensionale Computergraphik. Mathematiker sind damit wohl bereits den von ihnen verursachten und von den Informatikern durch entsprechende Softwareprodukte zur Vollendung gebrachten Darstellungsmöglichkeiten voll erlegen!

¹² [Knöß], [Schweiger 1992]

¹³ Dabei lasse ich offen, ob es bildungsrelevante fundamentale Ideen der Informatik gibt, die nicht bereits fundamentale Ideen der Mathematik sind.

ter, anwendungsorientierter Technik andererseits ist mit einzubeziehen.

In diesem Zusammenhang zeigt sich dann sehr schnell, daß auch ein anderer, rund zehn Jahre alter fächerübergreifender, reichsdidaktischer Ansatz zu berücksichtigen ist:

- die Bedeutung der *Informations- und Kommunikationstechniken* für die Schule im Sinne eines *Schlüsselproblems* gemäß Wolfgang Klafki.

Vorschläge hierzu mit unterschiedlichem Anspruch kursieren ja unter den Bezeichnungen „Informationstechnische Grundbildung“, „informations- und kommunikationstechnologische Bildung“ usw., und gemeinsam ist ihnen, daß an die einzelnen Unterrichtsfächer von außen her Anforderungen herangetragen werden im Sinne einer Neuorientierung von Allgemeinbildung, während doch – zumindest im Gymnasium – die Unterrichtsfächer ihr Selbstverständnis eher in ihrer kulturellen Tradition hinreichend begründet sehen!

Von daher ist zu beobachten, daß man in den Schulen solchem bildungspolitisch vortragendem Ansinnen mit großer Skepsis begegnet, wenn es um die Modifizierung inhaltlicher Zielsetzungen geht, deren Begründung nicht primär aus den Unterrichtsfächern heraus erfolgt.

1.6 Computereinsatz: die naheliegende Lösung?

Allenfalls ist man in einzelnen Fächern bereit, sich hierauf einzulassen, wenn es um den *Einsatz des Computers im Unterricht* geht, namentlich im Mathematikunterricht, dann aber etwa unter folgender

Prämisse:

Beim Thema „Mathematikunterricht und Computer“ geht es dann um die angeblich zu „bewahrende Kontinuität des Curriculums“, d. h., die Frage nach neuen Zielen bzw. Inhalten ist untergeordnet gegenüber der Frage, welche alten Ziele mit Hilfe neuer Medien besser erreichbar seien als auf herkömmliche Weise.¹⁴

Kurz gesagt bedeutet das:

Computer nimmt man wohl bereitwillig in den Mathematikunterricht auf, und zwar als Hilfsmittel, das jedoch nur dann, wenn

¹⁴ vgl. [Appel 1994]

damit der eigene bisherige Mathematikunterricht besser gestaltet werden kann.

Weiterhin kann man bei Diskussionen in Fachkreisen zum Thema „Mathematikunterricht, Computer und Informatik“ vielfach als oft *unausgesprochenes Paradigma der Mathematikdidaktik* feststellen:

Der Mathematikunterricht soll ein *gültiges Bild der Mathematik* vermitteln¹⁵, und hierdurch wird der Bildungsauftrag des Mathematikunterrichts auch hinreichend legitimiert.

Die Frage nach dem Sinn des Mathematikunterrichts ist also von dieser Position aus gar nicht zu stellen. Allenfalls ist man bereit zu akzeptieren, daß das „gültige Bild von Mathematik“ sich möglicherweise dadurch ändert, daß Computer und informatische Methoden auch in der Wissenschaft Mathematik eine zunehmende Rolle spielen und sich „mathematisches Arbeiten“ wissenschaftsmethodisch ändert.

1.7 Mathematikunterricht und Informatik(unterricht)

Schließlich ist nochmals das Verhältnis zwischen Mathematikunterricht und Informatik bzw. dem Informatikunterricht zu erwähnen. Es sieht so aus, als würde in der Mathematikdidaktik hier mehrheitlich bis heute kein Problem gesehen, obwohl seit 15 Jahren ein eigener Arbeitskreis der GDM hierzu existiert.

Dabei fand bereits im Jahre 1977 im IDM in Bielefeld eine richtungweisende Tagung über „Informatik im Unterricht der Sekundarstufe II“ statt, bei der Walter Oberschelp eine tief-sinnige Untersuchung „Zum Verhältnis von Mathematik, Informatik und Philosophie“ vortrug.¹⁶ Und ferner untersuchte Beck 1980 dieses Verhältnis und stellte mit dem Titel seiner Arbeit zugleich fest:¹⁷

„Ziele des zukünftigen Informatikunterrichts sind Ziele des Mathematikunterrichts“.

Der Informatikunterricht hat seitdem eine stürmische Entwicklung genommen, was durch Veränderung von Richtlinien und Lehrplänen in rascher Folge zum Ausdruck kommt, ferner in Informatik als Abiturprüfungsfach und in der Konsolidierung einer

¹⁵ ... was immer das sein mag!

¹⁶ [Oberschelp 1977]

¹⁷ [Beck 1980]

„informationstechnischen Bildung“ bzw. (in der vom Ansatz her anspruchsvolleren) „informations- und kommunikationstechnologischen Bildung“.

Um die damalige Aussage von Beck auf ihren heutigen Gültigkeitsgehalt zu prüfen, müßten sowohl die „Ziele des heutigen Informatikunterrichts“ als auch die „Ziele des heutigen Mathematikunterrichts“ sorgfältig miteinander verglichen werden.

Aber gibt es denn diese Ziele überhaupt in dem Sinn, daß sie einen Konsens zum Ausdruck bringen? Woher soll man diese Ziele denn überhaupt nehmen? Von staatlichen Vorgaben aus Lehrplänen und Rahmenrichtlinien, aus Stellungnahmen von Fachverbänden, oder gibt es wissenschaftlich abgesicherte Aussagen über Bildungsziele – ja, kann es diese überhaupt geben?

Gerade Letzteres geht wohl kaum, wie wir mittlerweile aus den Erfahrungen mit der Curriculumentwicklung der 60er und 70er Jahre wissen, an die ja hohe Erwartungen geknüpft waren. So bleiben als Bezugsgrößen wohl nur staatliche Setzungen oder Stellungnahmen von Fachverbänden oder gewichtige Aussagen von anerkannten Autoritäten, die aber jeweils eine breite Konsensbasis finden müssen.

Aber Derartiges ist für mich derzeit nur schwer erkennbar – und zwar scheint eine solch aktuelle Zielbestimmung kein generelles Anliegen zu sein!

Wohl aber gibt es Stellungnahmen, die dem *Informatikunterricht* ein stärkeres Gewicht zukommen lassen wollen¹⁸, und kürzlich hat der Fakultätentag Informatik sehr deutlich die Einführung von Informatik als Pflichtfach an allgemeinbildenden Schulen gefordert.¹⁹ Die Mathematikdidaktik verhält sich aber hier scheinbar reserviert, indem hierin wohl keine Gefahr für den Mathematikunterricht gesehen wird.²⁰

¹⁸ [MNU 1991]

¹⁹ „Empfehlungen zum Schulfach Informatik (Sek. II) und zur Ausbildung von Informatik-Lehrkräften“, beschlossen vom Fakultätentag Informatik am 14. Mai 1993. Aus der Zusammenfassung:
„... Daher sollte das Schulfach Informatik in Zukunft stärker gefördert und in der Sekundarstufe II zu einem obligatorischen Pflichtfach für alle Jugendlichen ausgeweitet werden...“

²⁰ Löthe spricht hier gar überspitzt von der „vergeissenden Mathematikdidaktik“. [Löthe 1992] in [Hischer 1992]

1.8 Fachdidaktische und bereichs- didaktische Ansätze

Und trotzdem ist so etwas wie Aufbruchstim-
mung zu beobachten, d. h. inselartig keimt
wohl das Bewußtsein, daß wir uns in der Ma-
thematikdidaktik dem Computer und der In-
formatik nicht nur instrumentell, sondern
auch inhaltlich stellen müssen, indem wir
über eine künftige Sinnbestimmung von Ma-
thematikunterricht nachdenken – der Ma-
thematikunterricht scheint im Umbruch zu
sein ²¹, wenn auch unter Beachtung des
„didaktischen Trägheitsprinzips“ ²², wie Gün-
ter Hanisch es nennt.

Die *Ansätze* hierzu sind durchaus sehr un-
terschiedlich, und zwar sind sie in *zwei Grup-
pen* einzuteilen:

- *fachdidaktische* Ansätze und
- *bereichsdidaktische* Ansätze.

Mit der *ersten Gruppe* meine ich Ansätze der
Mathematikdidaktik, die aus der Sicht dieses
Unterrichtsfaches entstehen, bei denen etwa
folgende Leitaspekte zielführend sind, die
man dem Katalog eines Aufrufs aus dem
Journal für Mathematikdidaktik von 1987 ent-
nehmen kann: ²³

- *Veränderungen in der Unterrichtsmetho-
dik durch Computer, in Schule und
Hochschule*
- *Computer als Werkzeug beim numeri-
schen oder symbolischen Rechnen (Kal-
kül), beim Zeichnen, bei der Begriffsbil-
dung oder beim Üben*
- *Einsatz und Auswirkung von Software-
paketen (numerische und symbolische
Algorithmen; spreadsheets; Grafik)*
- *[...]*
- *Begriffsveränderungen durch Computer,
in der Mathematik und bei Lernenden*
- *Auswirkungen von Computern auf An-
wendungen im Mathematikunterricht*
- *[...]*
- *Rolle des Programmierens und der Pro-
grammiersprache [...]*

Zu der *zweiten Gruppe*, den bereichsdidakti-
schen Ansätzen, gehören zunächst *mediendi-
daktische* Konzeptionen, zu denen auch
grundsätzliche Aspekte intelligenter tutorieller

²¹ vgl. hierzu die Tagungsbände des Arbeitskreises „Ma-
thematikunterricht und Informatik“ in der GDM ([Hischer
1992, 1993, 1994]), ferner z. B. [Fischer/Malle 1985],
[Hanisch 1992], [Hischer 1991], [Körner 1993], [Körner
1994], [Ossimitz 1994].

²² [Hanisch 1992]

²³ [JMD 1987]

Systeme zählen, die dann wegen der konkre-
ten fachspezifischen Auslegung zugleich auch
fachdidaktische Aspekte berühren.

Zu dieser Gruppe gehört aber vor allem auch
der Bereich „*Medienerziehung*“, der begrifflich
von der Mediendidaktik zu trennen ist, und
dessen Hauptziel darin besteht, die Men-
schen, insbesondere Heranwachsende, „*zu ei-
nem bewußten, reflektierten, kritischen, d. h.
sozialerwünschten Umgang mit Medien*“ an-
zuleiten und auf diesem Weg zu begleiten. ²⁴

Daher gehören zu diesem bereichsdidakti-
schen Ansatz auch sämtliche bildungspoliti-
schen Anstrengungen um Berücksichtigung
der *Informationstechniken im Bildungswesen*
– und zwar sowohl in Deutschland als auch
innerhalb der gesamten Europäischen Ge-
meinschaft. ²⁵

Kennzeichnend für solche bereichsdidakti-
schen Konzepte ist dabei, daß primär nicht
eine Orientierung an *Unterrichtsfächern* er-
folgt, sondern *fachübergreifende Aspekte* im
Vordergrund stehen. ²⁶

Für die *fachdidaktische* Bearbeitung des
Themas „Mathematikunterricht und Compu-
ter“ bedeutet das nun, daß zugleich *be-
reichsdidaktische* Aspekte zu berücksichti-
gen sind, d. h.: Fachdidaktische und be-
reichsdidaktische Ansätze müssen miteinan-
der versöhnt werden und dürfen nicht ge-
geneinander ausgespielt werden.

2 Perspektiven

2.1 Mathematikunterricht zwischen Technologie und Spiel, Mathematik und Informatik

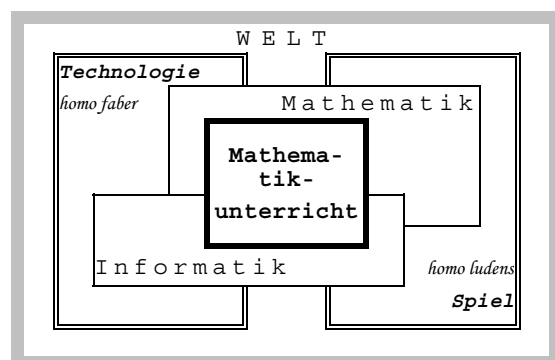


Abb. 4

Für einen künftigen Mathematikunterricht als
einem Teil dieser Welt sehe ich künftig als
fachliche Bezugswissenschaften sowohl Ma-

²⁴ [Issing 1987, S. 25]

²⁵ [Bund-Länder-Kommission 1987]

²⁶ vgl. z. B. [Kron 1993, S. 35]

thematik als auch Informatik (Abb. 4).²⁷ Das wird noch zu erläutern sein.

Dann bleibt aber noch zu klären, nach welchen Kriterien man eine *Auswahl* von entsprechenden Bildungsinhalten aus diesen Bezugsdisziplinen für ein solches Unterrichtsfach vornehmen soll. Hierfür erscheinen mir die Begriffe „*homo faber*“ und „*homo ludens*“ als gegensätzliche Dimensionen von Allgemeinbildung bedeutsam, was ebenfalls zu erläutern ist.

- **homo faber:**
Technologie als Technikgestaltung

Es erweist sich aus philosophisch-sozialwissenschaftlicher Sicht als sinnvoll, die Begriffe „Technik“ und „Technologie“ zu unterscheiden.²⁸ Aufgrund der Komplexität heute möglicher technischer Projekte muß der Mensch als *homo faber* die globalen Folgen technischen Planens und Handelns im Sinne verantworteter *Technikgestaltung* berücksichtigen, was zur *Technologie* führt.

Ein solches Verständnis von Technologie führt zur einer Synthese von Wissenschaft und Technik und darüber hinaus zu einer Integration mit den Sozial- und Geisteswissenschaften, was von den Beteiligten *Kommunikationskompetenz*, *Kooperationsbereitschaft* und das Bewußtsein der *Mitverantwortlichkeit* erfordert.

- **Mathematik und Informatik als Technologie**

Mit steigender Tendenz entwickelt sich die Mathematik zu einem unentbehrlichen Werkzeug in Wissenschaft und Gesellschaft. Diesen extrem anwendungsorientierten Zweigen wie „Technomathematik“, „Industriemathematik“ und „Wissenschaftliches Rechnen“ ist gemeinsam, daß sie als neue mathematische Disziplinen „gegen elementare Regeln und Normen der scientific community“ verstoßen, und zwar durch die „Verwendung heuristischer oder experimenteller Methoden“.^{29 30}

Ernst Kotzmann mahnt an, daß die Mathematik damit die Rolle einer Technologie im philosophisch-sozialwissenschaftlichen Sinn übernehme und somit Fragen der Technikgestaltung im Sinne von Verantwortlichkeit in ihre Aktivitäten miteinbeziehen müsse.³¹

²⁷ Ausführlichere Darstellung in [Hischer 1991]

²⁸ [Bammé], [Zimmerli], [Hülsmann]

²⁹ z. B. [Maass/Schlöglmann 1989] und [Steinberg 1991]

³⁰ [Kotzmann 1989, S.191], vgl. auch [Janssen 1989]

³¹ [Kotzmann 1989, S.194]

Ganz Entsprechendes gilt von der Informatik, denn da informatische Methoden und Werkzeuge mittlerweile als *Querschnittstechniken* transdisziplinär genutzt werden und damit in den Rang einer neuen *Kulturtechnik* geraten³², muß auch die Informatik als eine Technologie in diesem Sinn begriffen werden.

- **homo ludens:**
„Spielräume“ im Unterricht

Die sog. „Wissenschaftsorientierung“ hat“ zu einer unerfreulichen *kognitiven Übertonung* des Unterrichts insgesamt geführt. Hieran knüpft der Erziehungswissenschaftler Horst Ruprecht an, indem er Beziehungen zwischen der biologischen Evolution und der Pädagogik betrachtet. In seinem Denkmodell erscheint dann der Mensch „als das am längsten spielende und am meisten des Spielens bedürftige Wesen“.³³

Er leitet hieraus die Forderung ab, daß das Bildungsangebot der Schulen von seinen „sklerotisierenden Rückständen“ befreit werden müsse, um sich in allen Fächern wieder für die „Spiel-Räume des Denkens“ zu öffnen.

Ruprecht benutzt den Begriff „Spielraum“ im Sinne von „spielerischer Freiraum“ als freie Übersetzung des griechischen „*scholé*“ für „Muße“ (worin ja unser heutiges „Schule“ sprachlich weiterlebt). Er ruft damit eindringlich zu mehr Muße in der Schule auf.³⁴

- **Mathematik und Informatik als Spiel**

Auch für den Mathematikunterricht entstünden demgemäß besondere Aufgaben:

„Mathematik ist ein grandioses Spiel des Geistes, und als solches müßte sie in den Schulen erscheinen.“³⁵

Es sei schon jetzt darauf hingewiesen, daß auch der Computer diesem Spielaspekt (von Mathematik) in hervorragender Weise zu dienen vermag! Und auch in der Informatik gibt es neben auf Nutzen gerichteten technologischen Aspekten eine gewichtige, zweckfreie, spielerische Komponente.

Somit erweist sich zwar „Technologie“ als eine bedeutsame allgemeinbildende Dimension für die *Auswahl* von Bildungsgegenständen und die Vermittlung von Haltungen und Einstellungen, jedoch darf dadurch keine eindimensionale kognitive Ausrichtung entstehen, sondern vielmehr muß das „Spiel“ als

³² [Zimmerli]

³³ [Ruprecht 1989, S. 32]

³⁴ – eine Forderung, die auch [Steinberg 1991] erhoben hat.

³⁵ [Ruprecht 1989, S. 38-39]

eine unverzichtbare Dimension von Allgemeinbildung berücksichtigt werden.

„Technologie“ und „Spiel“ dürfen damit im Sinne ganzen Menschseins als allgemeinbildende Dimensionen des *homo faber* und des *homo ludens* nicht getrennt werden: Dazwischen stehen *Mathematik und Informatik als fachliche Bindeglieder*, und hieraus ergibt sich eine neue Standortbestimmung für den Mathematikunterricht, und daraus folgen Aufgaben für die Mathematikdidaktik.

2.2 Aufgaben der Mathematikdidaktik

Und zwar sehe ich neben der Weiterarbeit an Konzeptionen zur Berücksichtigung des Computers als Werkzeug, Medium und Tutor insbesondere folgende

bearbeitenswerte Aufgaben:

1. Inhaltliche Entschlackung und ggf. neue Sinnbestimmung des Mathematikunterrichts aufgrund

- der *Verfügbarkeit informatischer Methoden*, auch in der Mathematik,
- der Berücksichtigung *fundamentaler Ideen* von Mathematik und Informatik,
- der Berücksichtigung der pädagogischen Diskussion um *Allgemeinbildung*,
- der Berücksichtigung technologischer Aspekte im Sinne der Realisierung einer *technologischen Bildung*, welche die Beachtung und Betonung der *Grenzen der Anwendbarkeit* der entsprechenden Methoden aus Mathematik und Informatik und ggf. ethische Aspekte mit einschließt,

dabei insbesondere

- des Vorhandenseins von „*Trivialisierern*“ (und damit des Verfalls klassischer Bereiche des *realen Mathematikunterrichts* bis hin zur Bedeutungslosigkeit im Sinne von: „Wieviel Termumformung braucht der Mensch?“), verbunden mit der möglichen *Entstehung von „Freiräumen“*.

2. Inhaltliche und methodische **Ausgestaltung von Freiräumen** zu „Spielräumen“ (Möglichkeiten zur Entstehung von „*Muß*“ im Sinne des griechischen „*scholé*“) ggf. durch

- *neue Ziele*,
- *neue Akzentuierung alter Ziele* bzw.
- *neue Wege zu alten Zielen*.

Hierbei kann *auch* der konkrete *Computereinsatz* eine wichtige Rolle spielen.

Wenn es denn eine solche „*Trivialisierung*“ mathematischer Gebiete durch Hardware und Software – also z. B. neuartige Taschenrechner bzw. *Taschencomputer* oder Computer mit Software – gibt, so ergeben sich mit Sicherheit zumindest die folgenden drei *Fragen*,

die von der Mathematikdidaktik zu bearbeiten sind:

(1) Was ist bei der Verwendung von „*Trivialisierern*“ im Mathematikunterricht zur Erreichung *bisheriger* Bildungsziele zu beachten?

Das ist eine naheliegende Frage, die vom bestehenden Curriculum ausgeht und von der Suche nach methodischen Verbesserungsmöglichkeiten mit Hilfe des Computers als einem Werkzeug geleitet wird.³⁶

Eine ganz besondere Rolle spielen hierbei wohl künftig Formelmanipulationssysteme und interaktive Geometrie-Konstruktionsprogramme, aber auch bereits jetzt schon „*einfachere*“ Programme wie Rechenblätter und Funktionenplotter, insbesondere auch graphische Taschenrechner, die man besser „*Taschencomputer*“ nennt.

Hierzu gehört dann auch die Frage, welche Rolle solche Systeme künftig bzw. schon jetzt beim Abitur spielen sollen, etwa: Abitur mit DERIVE?

Neben dieser Frage nach Berücksichtigung der Möglichkeiten, Bedingungen und Folgen des Computereinsatzes im Rahmen des bisherigen Curriculums müssen aber im Zusammenhang mit *Trivialisierern* auch folgende, *inhaltlich zukunftsweisende Fragen* gestellt werden:

(2) Gibt es *neue Bildungsziele* für den Mathematikunterricht *durch die Verwendung*(smöglichkeit) von „*Trivialisierern*“ im Unterricht?

(3) Gibt es *neue Bildungsziele* für den Mathematikunterricht *aufgrund der Existenz* von „*Trivialisierern*“ –
und zwar ohne daß diese im Unterricht eingesetzt werden (müssen)?

³⁶ Insbesondere sind hier auch die Wirkungen auf die Schülerinnen und Schüler zu beachten, vgl. z. B. die Betrachtungen und Untersuchungen [Bauersfeld 1984, 1985] und Krummheuer 1993].

Während die zweite Frage eigentlich eine sachlogische Vertiefung der ersten darstellt, ist die dritte von völlig neuer Qualität: Denn hier wird unterstellt, daß durch „Trivialisierung“ bestimmte kanonisierte Bereiche des Mathematikunterrichts an Bedeutung verlieren oder gar entbehrlich werden können, was dann die Entstehung von Freiräumen für neue Zielsetzungen zur Folge haben könnte.

2.3 Chancen und Probleme

Plakativ ließe sich das etwa folgendermaßen ausdrücken:

• meditieren statt differenzieren?

Dieser Punkt ist insofern besonders bedeutsam, weil er eine spielerisch-philosophische Qualität des Mathematikunterrichts betont.

Zusammenfassend mit dem vorhergehenden läßt sich folgende Frage anschließen:

- Ergeben sich aufgrund der Existenz von Trivialisierern vielleicht neue *Chancen für den Mathematikunterricht* – Chancen, die wir uns eigentlich schon immer gewünscht haben?

Es muß aber berücksichtigt werden, daß ein künftiger Mathematikunterricht bei Wegfall „trivialisierter Gebiete“, die als kalkülhafte Bereiche bisher einen quantitativ großen Teil des Unterrichts einnehmen, nicht leichter und schon gar nicht „trivial“ wird.

Zugleich wage ich die Prophezeiung, daß ein enormer Druck auf den Mathematikunterricht durch die Gesellschaft entstehen wird, wenn erst hinreichend bekannt geworden ist, womit ein wesentlicher Teil der Unterrichtszeit verbraucht wird. Und stellen wir uns bitte vor, es würde dann gar behauptet, diese „Kalkülakrobatik“ habe angesichts der Verfügbarkeit neuartiger Werkzeuge keinen Bildungswert mehr!

Haben wir denn dazu eine Meinung, die Bestand haben kann? Ich denke, wir sollten uns bereits jetzt auf diese Situation einstellen und sorgfältig untersuchen, in welchem Umfang beispielsweise künftig Termumformungstechniken noch beherrscht werden müssen und vor allem: *an welchen alten oder neuen Zielsetzungen des Mathematikunterrichts und allgemein der Schule das gemessen werden soll!*

Wenn dann noch der Druck auf die Bildungspolitik seitens der Informatik über mächtige Interessenverbände immer stärker wird, und wenn dann ferner das Bewußtsein wachsen sollte, daß angeblich mittels informatischer Methoden Anwendungsprobleme besser lös-

bar seien, als es im herkömmlichen Mathematikunterricht vermittelt wird – was bleibt dann?

Wenn die Mathematikdidaktik nicht rechtzeitig die Kraft zur Reflexion und Weiterentwicklung der Zielsetzungen eines künftigen Mathematikunterrichts entwickelt, dann wird dieser wohl – so meine Vermutung bzw. Befürchtung – eine Qualität erhalten, die ihn in die Nähe des Philosophieunterrichts rückt.

Philosophieunterricht ist aber erstens kein Pflichtfach (wie jetzt i. d. R. der Informatikunterricht) und wird außerdem etwa nur zwei-stündig erteilt (wie ebenfalls der derzeitige Informatikunterricht)! — Was bleibt also?

2.4 Zur Rolle der Informatik

Ich sehe den Weg aufgezeigt durch die zehnjährigen bundesweiten Anstrengungen bezüglich der Berücksichtigung der Informations- und Kommunikationstechniken im Bildungswesen. Diese bereichsdidaktischen Bemühungen wurden allerdings von den Fachdidaktiken bisher nur zögerlich aufgenommen. Dabei liegt gerade hierin eine Chance zu einer Neuorientierung, auch für den Mathematikunterricht.

Denn betrachten wir die Möglichkeiten und Gefahren, die mit den modernen Informations- und Kommunikationstechniken verbunden sind, als ein Schlüsselproblem im Sinne von Klafki, so entsteht unter Berücksichtigung des transdisziplinären Aspekts von „Technologie“ hieraus eine Bildungsaufgabe für die Schule insgesamt, für die ein einziges Fach völlig überfordert wäre – auch Informatik.

Für die Mathematikdidaktik folgt hieraus, daß einerseits ein bereichsdidaktischer Zugang zu diesem Schlüsselproblem erforderlich ist, indem untersucht wird, welchen Beitrag auch der Mathematikunterricht hierzu leisten kann. Erste Ansätze aus vielen Bundesländern liegen vor und harren der kritischen Bewertung, Veränderung und Weiterentwicklung durch die Mathematikdidaktik.

Zugleich müßte über die Zielsetzungen einer solchen „technologischen Bildung“ hinaus gefragt werden, welche damit noch nicht abgedeckten „fundamentalen Ideen“ der Informatik Allgemeinbildungsanspruch erheben können. Man organisiere also ein „joint venture“ und vereinige wesentliche, „fundamentale“ Ideen aus den beiden Disziplinen „Informatik“ und „Mathematik“, um daraus ein neues, gewichtiges, zukunftsorientiertes Unterrichtsfach zu konzipieren!

Der Name dieses Fachs? Was spricht gegen „Mathematikunterricht“?

Ich sehe daher künftig neben Mathematik auch Informatik als fachliche Bezugswissenschaft eines neuartigen „Mathematik“-Unterrichts. Wir brauchen also keine Konfrontation zwischen den Interessengruppen der Fächer Mathematik und Informatik, sondern wir sollten auf eine Integration drängen, denn

- auch eine Kooperation wird letztlich nicht gelingen,
- und es gibt noch andere gewichtige Aspekte von Schule außer Mathematik und Informatik!

3 Beispiele zum Computereinsatz

Ein Mangel des bisherigen Mathematikunterrichts war, daß im wesentlichen statische Sichtweisen überwogen haben, dynamische Betrachtungen jedoch selten auftraten, ja auch kaum möglich waren. Dynamische Betrachtungsweisen sind jedoch typisch für die Informatik, und schließlich haben auch viele reale Anwendungssituationen dynamischen Charakter.

Ich skizziere nun dynamisch orientierte Beispiele, die den Aspekt „Entdecker“ hervorheben, bei denen also der Computer zu einer Quelle spielerischer Erkenntnis wird, ferner ein Animationsbeispiel, bei denen der Computer als Veranschaulichungsmedium genutzt wird.

3.1 Entdecker: Variation von Funktionsparametern

Funktionsplotter haben für den Unterricht eine große praktische Bedeutung. Sie sind leistungsfähige Werkzeuge zur vielfältigen Visualisierung und Untersuchung von Funktionsgraphen, und zwar mehrerer Graphen in einem gemeinsamen Koordinatensystem. Dennoch liegt hier ja zunächst lediglich eine schnellere Ausführung von Tätigkeiten vor, die man auch von Hand machen könnte.

Meine Meinung war jedoch stets, daß der Durchbruch erst dann gelungen ist, wenn Funktionsplotter etwas „können“, was Menschen nicht können: nämlich die „Parametervariation bei Scharcurven, um damit den Schülerinnen und Schülern den Begriff „Formvariable“ erstmals handgreiflich und interaktiv vor Augen führen zu können.

Daher bin ich sehr erfreut, daß Michael Weiß meiner Anregung gefolgt ist und mit seinem Programm PARAPLOT einen leistungsfähigen

dynamischen Funktionenplotter vorgelegt hat³⁷ – der erste, den ich kenne. So kann man also leicht etwa die Form- und Lageveränderungen von Funktionsgraphen durch Variation der Parameter experimentell entdecken, z. B. (vgl. Abb. 5 und 6) bei

$$\frac{1}{x} + kx^2 \quad \text{und von} \quad \frac{1}{\frac{1}{-} + kx^2} \quad \text{usw.}$$

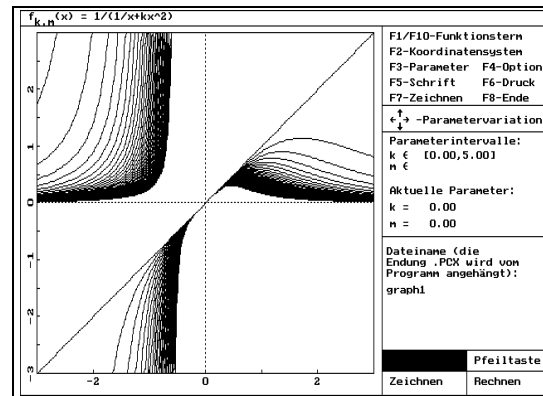


Abb. 5

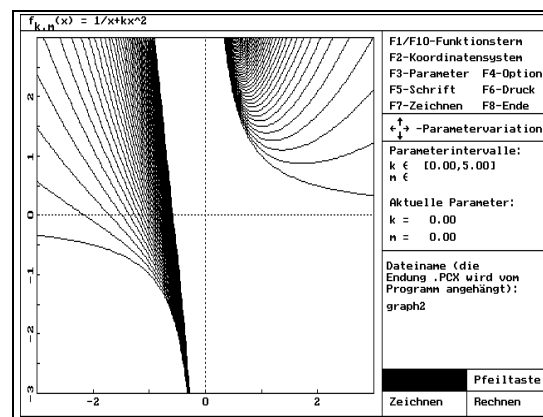


Abb. 6

3.2 Animation: Simulation des Quadratrixzirkels

Die Quadratrix diente im Altertum der Quadratur des Kreises bzw. der Winkeldreiteilung und hieß dann „Trisectrix“. Sie wurde damals kinematisch als Ortskurve zweier sich schneidender, bewegender Strecken definiert, was sich nunmehr sehr schön dynamisch mit einem Werkzeug durch Animation demonstrieren läßt.

Der Funktionsplotter von Eberhard Lehmann³⁸ ist hierfür sehr gut geeignet. Die fünf „Momentaufnahmen“ aus Abb. 7 bis 11 veranschaulichen den Sachverhalt.

³⁷ PARAPLOT, Version 3.0, PD-Software von Michael Weiß, Gifhorn, Fax (05371)987555

³⁸ [Lehmann/Ruprecht 1993]

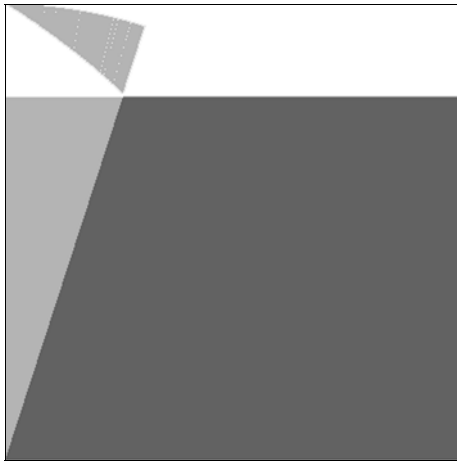


Abb. 7

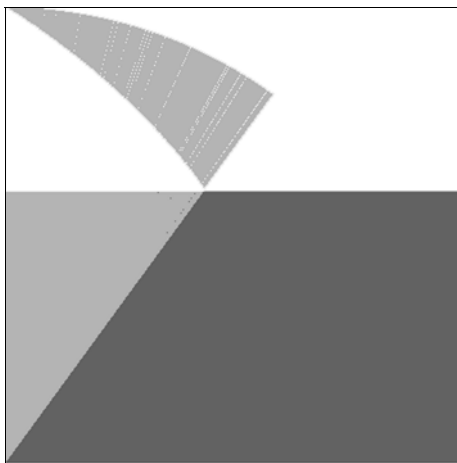


Abb. 8

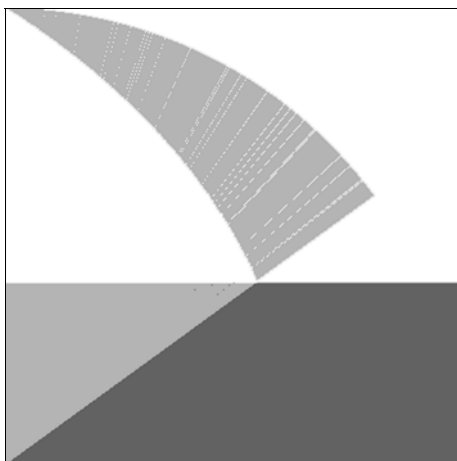


Abb. 9

3.3 Entdecker: Das Seitenmittenviereck

Das Geometrie-Konstruktionsprogramm GEOLOG von Holland³⁹ eignet sich auch hervorragend als **Entdecker**, denn es ermöglicht, heuristisch und experimentell interaktiv Vermutungen zu bilden.

³⁹ [Holland 1993, S. 10]

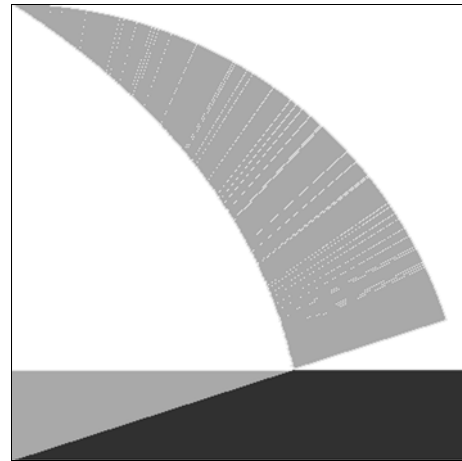


Abb. 10

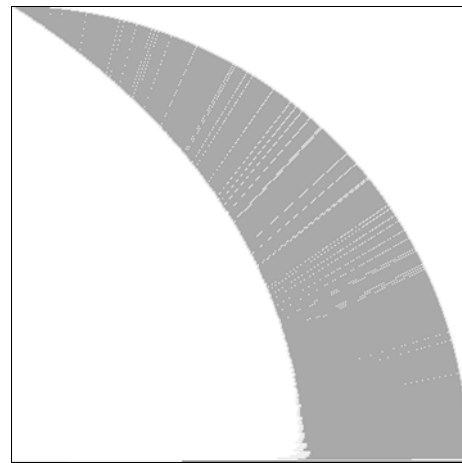


Abb. 11

Beispielsweise kann man die Aufgabe stellen, ein Viereck zu zeichnen und in dieses das Seitenmittenviereck einzutragen. Durch Variation der Eckpunkte (F5) entdecken die Schüler spielerisch, daß alle Seitenmittenvierecke Parallelogramme sind, und zwar auch bei überschlagenden Ausgangsvierecken (Abb. 12 und 13).

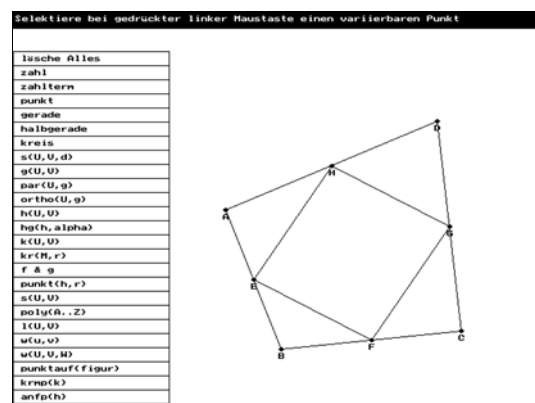


Abb. 12

Die Evidenzbasis ist hier derart groß, daß es schon schwierig sein dürfte, bei den Schülern noch Einsicht in die Beweisbedürftigkeit zu vermitteln. Hier stehen wir offenbar aufgrund der riesigen Datenbasis vor neuartigen Problemen des Mathematikunterrichts.

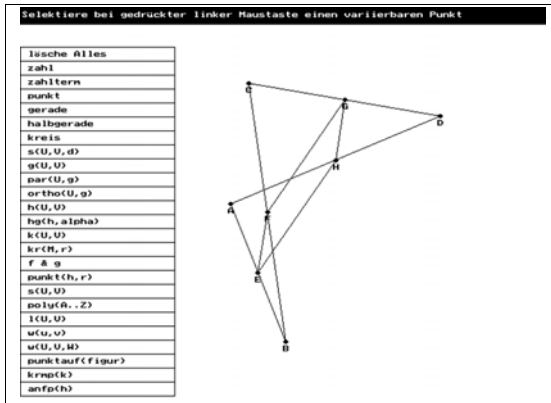


Abb. 13

Interessante Entdeckungsmöglichkeiten ergeben sich auch in Verbindung mit der eingebauten numerischen Berechnungsmöglichkeit. So kann man etwa Streckenverhältnisse einblenden lassen und deren Invarianz bzw. Nichtinvarianz bei Variation entsprechender Bezugspunkte demonstrieren, was wiederum in Beweisuntersuchungen münden kann.

4 Schluß

Die Beispielliste ließe sich noch weiter fortsetzen und kann nie erschöpfend sein. Aber einige Andeutungen seien noch gemacht:

Gehen wir also von Informatik und Mathematik als fachlichen Bezugswissenschaften eines künftigen Mathematikunterrichts aus, so hatte ich folgende Dimensionen von Allgemeinbildung vorgestellt, die mir für die Formulierung von Zielen und die Auswahlentscheidung für Inhalte und Methoden bedeutsam erscheinen:

- **Technologie** als *verantwortungsethisch orientierter Anwendungsbezug* (im Sinne einer „technologischen Bildung“)
 - *homo faber*
- **Spiel** als *nicht auf Nutzen gerichteter Gegenpol zum Anwendungsbezug* (im Sinne einer vielseitigen, individuell ausgerichteten Bildung)
 - *homo ludens*

1. Im Rahmen der Dimension „Technologie“ geht es u. a. um anwendungsbezogene Beispiele, bei denen auch Werkzeuge und Methoden der Informatik eine große Rolle spielen werden. Hierzu gehört dann auch der Bereich „Modellbildung und Simulation“.

Ob dann der *Computereinsatz* konkret immer die geeignete Methode ist, sei an-

gesichts der derzeit noch besseren Verfügbarkeit leistungsfähiger Taschencomputer mit Graphikdisplay dahingestellt. Auf dem Wege der Miniaturisierung werden solche Geräte jedenfalls an Leistungsfähigkeit dramatisch zunehmen und dem bisherigen Tischcomputer Konkurrenz machen.

Im Bereich der Geometrie werden wir jedoch wohl weiterhin auf Geräte mit großem, hochauflösendem Display und Maus angewiesen sein, weil sonst ästhetisch kein Genuß entsteht. Interaktive Konstruktions- und Beweisprogramme werden hier sicherlich eine große Bedeutung erlangen.

2. Möglichkeiten zur Ausgestaltung des Aspekts „Spiel“ werden sich künftig möglicherweise gerade durch Ausnutzung der Freiräume ergeben, die aufgrund der Verfügbarkeit informatischer Methoden (u. a. also der „Trivialisierer“) entstehen, indem klassische, kalkülorientierte Unterrichtsphasen an Bedeutung verlieren werden.

Dieses kann man bewußt als Chance begreifen, um „schöne“ Themen spielerisch in den Unterricht aufzunehmen, wie vielleicht aus Zahlentheorie, Kombinatorik und Stochastik, die normalerweise meist zu kurz kommen oder gar nicht behandelt werden. Auch mehr Geometrie gehört hierher, und warum nicht auch mal anschauliche Topologie? Es gibt so vieles, was Spaß macht – wir müssen uns nur dazu als einem bewußten Bildungsziel bekennen! Anregungen dazu hält die Literatur in Fülle bereit!

Dies alles erfordert keinen Computereinsatz, gleichwohl ergeben sich *auch* über den Computereinsatz viele spielerische Aspekte, die es zu nutzen gilt! Insbesondere wird das geometrische und generell visualisierende Methoden und Programme betreffen.

Schließlich werden wir aufgrund der Freiräume auch einen keineswegs neuen Aspekt des Mathematikunterrichts wieder beleben können (oder müssen?):

den *mathematischen Aufsatz!*

Interessante Perspektiven liegen vor uns — packen wir’s an!

5 Literatur

- Appel, Herbert [1994]: Ergebnisse einer vergleichenden Untersuchung zu den Auswirkungen des Einsatzes von interaktiven Graphiksystemen bei der Begriffsbildung und Satzaneignung im Geometrieunterricht. In: [Hischer 1994]
- Bammé, Arno et al. [1988]: Technologische Zivilisation und die Transformation des Wissens. München.
- Bauersfeld, Heinrich [1984]: *Computer und Schule – Fragen zur humanen Dimension*. Arbeiten aus dem IDM, Universität Bielefeld. Occasional paper 56, November 1984.
- [1985]: *Die Besonderheiten der Computernjahrgängen*. Arbeiten aus dem IDM, Universität Bielefeld. Occasional paper 60, Januar 1985.
- Beck, Uwe [1980]: Ziele des zukünftigen Informatikunterrichts sind Ziele des Mathematikunterrichts. In: *Journal für Mathematikdidaktik* 1(1980)3, 189-197.
- Behnke, Heinrich & Bachman, Friedrich & Fladt, Kuno & Süß, Wilhelm (Hrsg.) [1962]: *Grundzüge der Mathematik – für Lehrer an Gymnasien sowie für Mathematiker in Industrie und Wirtschaft*. (Auf Veranlassung des Deutschen Unterausschusses der Internationalen Mathematischen Unterrichtskommission) Bd. 1: Grundlagen der Mathematik – Arithmetik und Algebra. Göttingen.
- Buchberger, Bruno [1989]: Should Students Learn Integration Rules? Technical Report, RISC-LINZ Series no. 89-07.0. Johannes Kepler University, A-4040 Linz, Austria.
- Bund-Länder-Kommission für Bildungsplanung und Forschungsförderung [1987]: *Materialien zur Bildungsplanung*, Heft 16, Gesamtkonzept für die informationstechnische Bildung. Bonn.
- Fischer, Roland & Malle, Günther [1985]: *Mensch und Mathematik*. Mannheim.
- Hanisch, Günter [1992]: Die Auswirkungen der Computeralgebra auf den Mathematikunterricht. In [Hischer 1992]. (Unter dem Titel „Der Mathematikunterricht zu Beginn des nächsten Jahrtausends“ auch in: *Mathematik in der Schule* 30(1992)10, 513-521.)
- Herget, Wilfried [1992]: Mathematikunterricht – Wie geht es weiter? In: [Hischer 1992].
- [1993]: Ziele und Inhalte des Informatikunterrichts – zum Vergleich. In: [Hischer 1993].
- Hischer, Horst [1991]: Neue Technologien als Anlaß einer erneuten Standortbestimmung für den Mathematikunterricht. In: *mathematica didactica* 14(1991)2/3, 3-24.
- (Hrsg.) [1992]: *Mathematikunterricht im Umbruch? – Erörterungen zur möglichen „Trivialisierung“ von mathematischen Gebieten durch Hardware und Software*. Bericht über die 9. Arbeitstagung des Arbeitskreises „Mathematikunterricht und Informatik“ in der GDM vom 27. bis 29.9.1991 in Wolfenbüttel. Hildesheim: Franzbecker.
- (Hrsg.) [1993]: *Wieviel Termumformung braucht der Mensch? Fragen zu Zielen und Inhalten eines künftigen Mathematikunterrichts angesichts der Verfügbarkeit informatischer Methoden*. Bericht über die 10. Arbeitstagung des Arbeitskreises „Mathematikunterricht und Informatik“ in der GDM vom 25. bis 27.9.1992 in Wolfenbüttel. Hildesheim: Franzbecker.
- (Hrsg.) [1994]: *Mathematikunterricht und Computer – neue Ziele oder neue Wege zu alten Zielen? Bericht über die 11. Arbeitstagung des Arbeitskreises „Mathematikunterricht und Informatik“ in der GDM vom 8. bis 10.10.1993 in Wolfenbüttel*. Hildesheim: Franzbecker.
- Holland, Gerhard [1993]: *GEOLOG – Geometrische Konstruktionen mit dem Computer* (mit Systemdiskette für MS-DOS-Rechner mit CGA-, Hercules-, EGA- oder VGA-Graphikkarte). Bonn: Dümmler Verlag.
- Hülsmann, Heinz [1989]: *Mathematik in der Technologischen Formation*. In: [Maas & Schlöglmann 1989, 110-128].
- Issing, L. J. (Hrsg.) [1987]: *Medienpädagogik im Informationszeitalter*. Weinheim.
- Janssen, Rainer [1989]: *Wissenschaftliches Rechnen: eine neue Wissenschaft und ihre Auswirkungen auf die Mathematik*. In: [Maas /Schlöglmann 1989, 47-56].
- JMD (Hrsg.) [1987]: *Themenaufruf für das JMD: „Computer im Mathematikunterricht“*. In: *Journal für Mathematikdidaktik* 8(1987)4, 331-333.
- Knöß, Petra [1989]: *Fundamentale Ideen der Informatik im Mathematikunterricht – Grundsätzliche Überlegungen und Beispiele für die Primarstufe*. Wiesbaden: Deutscher Universitätsverlag.

- Körner, Henning [1993]: Neue Bildungsziele durch den Computer? In: [Hischer 1993].
- [1994]: Wider den Methodenzwang ohne „anything goes“. In: [Hischer 1994].
- Kotzmann, Ernst [1989]: Alte Theorie – Neue Praxis. Informationstechnologische Auswirkungen auf die Mathematik. In: [Maas/Schlöglmann 1989].
- Kron, Friedrich [1993]: Grundzüge der Didaktik. München / Basel: Ernst Reinhardt Verlag.
- Krummheuer, Götz [1993]: Orientierungen für eine mathematikdidaktische Forschung zum Computereinsatz im Unterricht. In: *Journal für Mathematikdidaktik* **14**(1993)1, 59-92.
- Kwiran, Manfred & Wiater, Werner [1989]: Schule im Bannkreis der Computertechnologie. Braunschweig / Augsburg: Brockhaus Verlag.
- Lehmann, Eberhard & Ruprecht, Günther [1993]: Zum Einsatz eines Funktionsplotters im Mathematikunterricht – Folge 1: Mit Beispielen aus der Sekundarstufe I. In: *Mathematik in der Schule* **31**(1993)3, 180-188; — Folge 2: Mit Beispielen aus der Sekundarstufe II. In: *Mathematik in der Schule* **31**(1993)4, 244-250.
- Löthe, Herbert [1992]: Was „trivialisieren“, was „komplizieren“ informatische Methoden in der Schulmathematik? In: [Hischer 1992].
- Maas, Jürgen & Schlöglmann, Wolfgang (Hrsg.) [1989]: Mathematik als Technologie? Wechselwirkungen zwischen Mathematik, Neuen Technologien, Aus- und Weiterbildung (Tagungsband). Weinheim.
- MNU [1991]: Perspektiven des Informatikunterrichts im allgemeinbildenden Schulwesen. Beilage zu *MNU* **44**(1991)2.
- Oberschelp, Walter [1977]: Zum Verhältnis von Mathematik, Informatik und Philosophie. In: Bauersfeld & Otte & Steiner (Hrsg.): *Informatik im Unterricht der Sekundarstufe II*, Band II. Schriftenreihe des IDM (1977)16, 35-61.
- Ruprecht, Horst [1989]: Spiel-Räume fürs Leben – Musikerziehung in einer gefährdeten Welt. (Festvortrag auf der 7. Bundesmusikschulwoche Karlsruhe 1988). In: Ehrenforth, Karl-Heinrich (Hrsg.): *Kongreßbericht 7. Bundesmusikschulwoche Karlsruhe 1988*, S. 32-39. Mainz.
- Schupp, Hans [1991]: Der Computer als Herausforderung. Vortrag im Mathematikdidaktischen Kolloquium der Universität Dortmund am 25. April 1991.
- Schweiger, Fritz [1992]: Fundamentale Ideen – eine geisteswissenschaftliche Studie zur Mathematikdidaktik. In: *Journal für Mathematikdidaktik* **13**(1992)2/3, 199-214.
- Weigand, Hans-Georg [1993]: Überlegungen zum Verhältnis von Mathematik- und Informatikunterricht. In: *MNU* **46**(1993)7, 428-432.
- Weigand, Hans-Georg & Weth, Thomas [1991]: Das Lösen von Abituraufgaben mit Hilfe von DERIVE. In: *MNU* **44**(1991)3, 177-182.
- Winkelmann, Bernard [1992]: Zur Rolle des Rechnens in anwendungsorientierter Mathematik: Algebraische, numerische und geometrische (qualitative) Methoden und ihre jeweiligen Möglichkeiten und Grenzen. In: [Hischer 1992].
- Zimmerli, Walther Ch. [1989]: Der Mensch als Schöpfer seiner selbst — Realität und Utopie der Neuen Technologien. In: [Kwiran & Wiater 1989].

Diese Ausarbeitung erschien leicht modifiziert 1994 in zwei Teilen in *Mathematik in der Schule*.