

MR1365525 (96j:26001) 26-01 (00A35 01A05)

Hischer, Horst (D-BRNS); Scheid, Harald (D-WUPP)

★ **Grundbegriffe der Analysis. (German) [Fundamental concepts of analysis]**

Genese und Beispiele aus didaktischer Sicht. [Genesis and examples from a didactic point of view]

Texte zur Didaktik der Mathematik. [Textbooks on the Didactics of Mathematics]

Spektrum Akademischer Verlag GmbH, Heidelberg, 1995. 343 pp. ISBN 3-86025-498-7

The present book is a new version of an earlier one by the authors from 1982.

As a didactic basis of the book the authors assert that in order to understand certain mathematical facts it is very important to know their “historical anchorage”.

The book is divided into six chapters. In Chapter I, real numbers are discussed and the origin of these numbers is shown (from antiquity to the theory of Dedekind and Hilbert). This chapter ends with proofs of the irrationality of some numbers. Chapter II is devoted to acquainting the reader with the notions of functions, sequences and series. Chapter III is on the theory of limits. First, the authors present a historical aspect, and then they give an approach that can find practical application in schools. The fourth chapter is devoted to the continuity of functions, and the fifth one to differentiability. In turn, Chapter VI touches on problems connected with integrability (there is, among other things, a “discussion” of the successiveness of introducing the notions of differentiability and integrability).

This handbook includes a very interesting didactic approach to the basic facts of mathematical analysis. Its unquestionable merit is the connection of historical considerations with the modern approach to certain mathematical facts.

Reviewed by *Ryszard J. Pawlak*

Rezension zu Hischer, Horst & Scheid, Harald:
Grundbegriffe der Analysis — Genese und Beispiele aus didaktischer Sicht.
Heidelberg: Spektrum Akademischer Verlag, 1995.
In: Praxis der Mathematik, 4/38 (1996)

Grundvorstellungen mathematischer Inhalte

R. vom Hofe

Spektrum, Heidelberg 1995; 141 S. kart. DM 29,80.

Das Buch ist aus Unterrichtserfahrungen und -beobachtungen sowie aus den Ergebnissen praktischer Arbeit, Literaturstudien und Überlegungen zu theoretischen Modellen des Verfassers entstanden. Der Autor arbeitet gegenwärtig am Lehrstuhl für Didaktik der Mathematik der Universität Augsburg. Die 'Grundvorstellungen' sind eine überarbeitete Fassung seiner Dissertation von 1994 am Lehrstuhl für Mathematik/ Informatik der GHS Kassel bei Prof. W. Blum.

Wo liegen die Ursprünge der Konzepte zur Ausbildung von Grundvorstellungen im Fach Mathematik? Wie lassen sich diese thematisch/praktisch einordnen? Welche Bedeutung haben sie (praktisch) für den Unterricht, für das Mathematikunterricht in der Schule? Drei Fragen, drei wichtige Fragen, die seit einigen Jahren in der mathematisch-didaktischen Literatur nicht nur immer wieder gestellt, sondern in diesem Buch auch anhand diverser Themenbeispiele dargestellt und teilweise erschöpfend beantwortet werden.

Dem Verfasser gelingt es, die 'Genese mathematischer Begriffe' klar und deutlich darzustellen. Die hierzu notwendige Theorie wird untersucht, elementare Beispiele werden konkret behandelt, und beides zusammen ist nicht nur interessant, sondern auch spannend zu lesen. Zahlreiche Erfahrungsbeispiele aus der Arithmetik und Algebra sowie über die Erweiterung der Zahlbereiche verdeutlichen dem Praktiker neue Anwendungsmöglichkeiten. Das Ergebnis ist ein umfassendes Grundvorstellungskonzept, welches den interessierten Lehrer eine neue Sicht für mathematische Denkprozesse seiner Schüler liefern kann. Dadurch könnten, ja sollten Verständnisfehler/-probleme behoben und ein Unterrichtsgespräch erleichtert bzw. gefördert werden.

Das Buch ist in zwei große Kapitel unterteilt, in denen einerseits die Ursprünge des Grundvorstellungskonzepts in der deutschen Mathematikdidaktik und andererseits die Grundvor-

stellungen als didaktisches Modell (normativ, deskriptiv, konstruktiv) sehr ausführlich behandelt werden. Wir erleben im 1. Teil einen historischen Rückblick über Anschauungen und Vorstellungen bei Pestalozzi, Wittmann, Plüger und Griesel. Der 2. Teil macht deutliche Vorschläge zu den Konflikten zwischen Formalem und Intuitivem, stellt individuelle Prägungen begrifflicher Strukturen und subjektive Erfahrungsbereiche dar, konkretisiert Vorschläge für eine konstruktive Analyse von Schülerstrategien und erläutert schließlich das Ausbilden von Grundvorstellungen.

Mathematiklehrer aller Schulstufen und -formen, die sich über den aktuellen Stand der Mathematikdidaktik informieren wollen, müssen dieses Buch studieren, und sie können dann wertvolle Ideen für ihren eigenen Unterricht finden. ■

H. Bensom, Oberhausen

Grundbegriffe der Analysis

Genese und Beispiele aus didaktischer Sicht

H. Hischer/ H. Scheid

Spektrum, Heidelberg 1995; 343 S. kart. DM 48,-.

In diesem Buch werden Vorschläge und Hinweise für einen Mathematikunterricht, der von Ideen lebt, dargestellt, erläutert, wobei erfreulicherweise auch aus den Quellen der Meister zitiert wird. Die Ideen wechselwirken mit den Begriffen, und dies führt zu mathematischen Einsichten, zur Erkenntnis. Sowohl der kultur- und wissenschaftsgeschichtliche Hintergrund als auch die Anwendungsbezogenheit werden in ihrer Dynamik bzw. Vielfältigkeit ausführlich behandelt. Dabei ist das Entstehen mathematischer Begrifflichkeiten und Zusammenhänge nicht nur interessant, sondern auch für ein Verständnis der Entwicklung mathematischer Ideen förderlich; insbesondere dann, wenn man die geschichtliche und philosophische Entwicklung kennt. Dies gilt sowohl für Schüler und Studenten als auch für den Unterrichtenden.

Den Autoren gelingt es in ausgezeichneter Weise, diese Grundprinzipien über die Grundlagen der Analysis dem aufmerksamen Leser zu vermit-

eln. Zahlreiche alte und neue Beispiele verdeutlichen die Prozesse der mathematischen Begriffsbildung. Das Buch ist nicht als Lehrbuch für den Anfänger geeignet, denn die Analysis wird hinsichtlich ihrer thematisch verknüpften Aspekte entwickelt.

Das 1. Kapitel behandelt die reellen Zahlen, beginnend in der Antike bis hin zu Dedekind/ Hilbert: Axiomatische Charakterisierungen, Vollständigkeitsbetrachtungen, Konstruktion, Irrationalität, Kettenbrüche und Abzählbarkeitsfragen. Kapitel 2 stellt die Basisbegriffe Funktion, Folge, Reihe dar, wobei eine historische Darstellung der arithmetischen, geometrischen und harmonischen Folgen, der figurierten Zahlen, Potenzsummen, Zahlendreiecke ausführlich und anschaulich zugleich sichtbar wird. Sehr interessant sind die Ausführungen im 3. Kapitel; hier steht die Entwicklung des Grenzwertbegriffs im Vordergrund der Betrachtung. Über die Genese des Folgen- und Funktionsgrenzwertes gelangen die Verfasser schließlich zum Problem der Vertauschbarkeit bei Grenzprozessen und dessen Verallgemeinerung. Die historischen Beispiele stehen wieder im Vordergrund sowie Trugschlüsse und eine vergleichende Darstellung der streng mathematischen Thematik mit einer auf das Schulniveau bezogenen, möglichen Begriffsbildung. Das 4. Kapitel befaßt sich mit dem ältesten Grundbegriff der Analysis: der Stetigkeit. Wie beim Grenzwertbegriff analysieren die Autoren unterschiedliche Begriffsbildungen, um schließlich topologische Aspekte sowie den Begriff der Kurve zu untersuchen. Wir finden hier u. a. auch die sogenannten Monsterkurven (Hilbert, Peano, Sierpinski); ein empfehlenswerter Abschnitt für besondere Unterrichtsstunden in Leistungskursen! Die beiden letzten Kapitel sind der Differential- und Integralrechnung gewidmet. Wiederum ausgehend von der historischen Entwicklung, werden mögliche Zugangswege für den Schulunterricht skizziert und miteinander verglichen. Es werden transzendente Funktionen, Extremwertprobleme, der Mittelwertsatz, Taylor-Entwicklung, implizite Funktionen und Differentiale behandelt. Auch wird der Integrierbarkeitsbegriff historisch motiviert; von Cavalieri bis Riemann. Geometrische Anwendun-

gen, uneigentliche Integrale, numerische Integration und schließlich Differentialgleichungen beenden dieses sehr empfehlenswerte Buch. ■

H. Bensom, Oberhausen

Überall Zufall

Einführung in die Wahrscheinlichkeitsrechnung

E. Behrends

B.I., Mannheim 1994; 214 S. kart. DM 29,80.

Aus dem Inhalt: Die ersten Schritte: Was ist Zufall?, Zufallsautomaten und Wahrscheinlichkeitsräume, Erste Beispiele für Wahrscheinlichkeitsräume, Zufallsvariable, Berechnung induzierter Wahrscheinlichkeiten mit Hilfe elementarer Kombinatorik, Bedingte Wahrscheinlichkeit, der Satz von Bayes, Unabhängigkeit, Die Binomialverteilung und die damit zusammenhängende Approximation, Die Exponentialverteilung, Die Normalverteilung, Das schwache Gesetz der großen Zahlen, Null-Eins-Gesetze, Das starke Gesetz der großen Zahlen und der Satz vom iterierten Logarithmus.

Das Buch wendet sich laut Verlags-Prospekt an Leser, die über Vorkenntnisse in Mathematik bis etwa zur 11. Klasse verfügen, besonders [an] Schüler im Leistungskurs und Studenten aus dem mathematisch-naturwissenschaftlichen Bereich.

Und in der Tat, das Buch beginnt recht elementar - ohne jedoch auf Abstraktion und mathematische Strenge in Aussagen und Folgerungen zu verzichten. Es werden auch alle grundlegenden Gebiete behandelt und dem Lernenden werden über 50 Aufgaben zum Testen des eigenen Verständnisses (bzw. zur Simulation des Sachverhalts mit einem Computer) angeboten - mit Lösungshinweisen im Anhang. Der anvisierte Leserkreis wird mithin gut bedient. - Etwas seltsam mutet nur das Layout des Buches an, das sehr verschwenderisch mit Papier umgeht. ■

E. Stein, Stuttgart

Funktionentheorie

E. Freitag u. R. Busam

Springer, Berlin 1993; 474 S. kart. DM 48,-.