Wir irren uns empor!

Zum achten Mal in Folge traf sich dieser agile Arbeitskreis zu seiner alljährlichen Herbsttagung in Wolfenbüttel – dieses Mal mit dem Rekord von 65 Teilnehmerinnen und Teilnehmern, und das, obwohl erstmals mit der Tradition der Wochenendtagung gebrochen wurde und die Tagung bereits mitten in der Woche begann.

Mathematikunterricht und Informatik

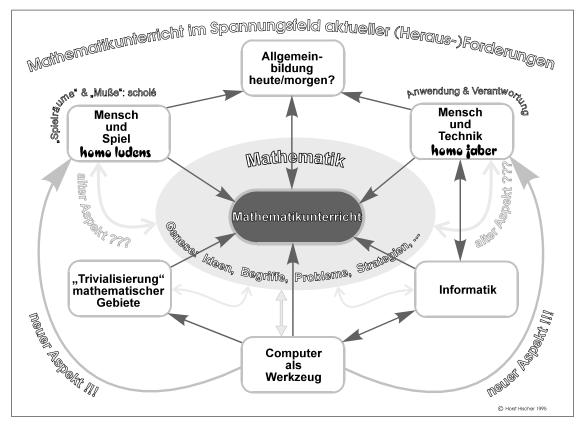
Hinter diesem Titel verbirgt sich eine Zielsetzung dieses Arbeitskreises, und am ersten Tage wurde in einer Arbeitsgruppe darüber diskutiert, ob er dieser Zielsetzung noch gerecht würde. Daher sei nochmals die bisher noch nicht veränderte Zielsetzung in Erinnerung gerufen. In einem Positionspapier des Arbeitskreises aus dem Jahre 1981 (!) wurde festgehalten, es ginge um die Untersuchung von "... Auswirkungen der Informatik auf den Mathematikunterricht, die erkennbar sind und in Zukunft noch stärker in Erscheinung treten werden. Letzteres gilt unabhängig davon, in welchem Umfang Informatik selbst zum Unterrichtsgegenstand in unseren Schulen wird, da im Mathematikunterricht die methodischen und anwendungsorientierten Aspekte der Informatik gegenüber den inhaltlichen den Vorrang haben."

In gewisser Hinsicht ist der Arbeitskreis in den letzten sieben Jahren längst über diese Zielsetzung hinausgewachsen; denn es ist klar geworden, daß der *Computer* ein *Anlaß* ist, über *grundsätzliche Zielsetzungen des Mathematikunterrichts* nachzudenken. Beispielsweise hatte Hans Schupp dies auf der Tagung 1993 treffend wie folgt formuliert:

Der Computer zwingt uns zum Nachdenken über Dinge, über die wir auch ohne Computer längst hätten nachdenken müssen.

Aber auch dies sind im weiteren Sinne Auswirkungen der Informatik. Und damit bleibt der Arbeitskreis weiterhin seiner alten Zielsetzung treu – allerdings mit Konsequenzen, die sicherlich vor 15 Jahren so noch nicht erwartet worden sind, zumindest nicht in der Schulszene.

Die untenstehende Graphik (vgl. Hischer in: Biehler & Heymann & Winkelmann (Hrsg.) [1995]: Mathematik allgemeinbildend unterrichten, S. 34), weist auf diese Auswirkungen der Informatik hin: Die Informatik ist aus der Mathematik heraus entstanden: der Computer ist zwar ein Produkt der heutigen Informatik, der letztlich jedoch eine Materialisierung mathematischer Ideen darstellt, welche bis auf Leibniz zurückgehen. Und der Computer wirkt seinerseits auf die Mathematik zurück, denn er ist ein selbstverständliches Werkzeug in nahezu allen mathematischen Gebieten geworden und führt nach Schupp (Vortrag am 25. April 1991 im Didaktischen Kolloquium der Universität Dortmund) zu neuen Wegen der Erkenntnisgewinnung und Beweissicherung:



in den 70er Jahren zunächst bei den Numerikern, in den frühen 80er Jahren dann bei den Zahlentheoretikern und Algebraikern, ab Mitte der 80er Jahre bei den Vertretern der Analysis und Stochastik und heute in allen Bereichen.

· Geometrie als Tagungsthema

Nachdem nun bei fünf Tagungen vor allem Einflüsse der Informatik auf die Analysis und die Algebra untersucht wurden, dabei insbesondere auch Computeralgebrasysteme in den Blick genommen worden sind, wendete sich der Arbeitskreis bei seiner Herbsttagung 1996 erstmals ausschließlich der Geometrie zu, aufgestachelt vor allem durch die provozierenden Möglichkeiten, welche Dynamische Geometriesysteme (DGS) bieten. Dabei wurde z. T. von Tagungsteilnehmern kritisiert, daß hier ein didaktisches Werkzeug im Vordergrund stünde, während es doch noch ganz andere bedeutsame Zusammenhänge zwischen Geometrie und Computer gäbe - etwa CAD (vgl. die Artikel von Sträßer und Windelberg in diesem Band).

Und so sollte die Herbsttagung 1997 erneut dem Thema "Computer und Geometrieunterricht" gewidmet werden – mit deutlich geweitetem Blick. Während der Herbsttagung 1996 prägte Hans Schupp das Schlagwort von der "Regeometrisierung der Schulgeometrie – durch Computer", worin sowohl eine kritische Bestandsaufnahme als auch eine Hoffnung zum Ausdruck kommen (vgl. Tagungsband 1996).

Berufsbildung

Für die in diesem Band dargestellte Tagung erschien es daher nun wichtig, die Relevanz des Computers in bezug auf die Geometrie sowohl in didaktischen Situationen – und damit in gewissermaßen künstlicher Umgebung – zu untersuchen, als auch mehr darüber zu erfahren, wo der Computer denn nun in echten geometrischen Situationen angewendet wird.

Daher wurde auch "Berufsbildung" als ein Schwerpunkt gewählt, und es gibt Beiträge, die vor Augen führen, welche Rolle der Computer für den professionellen Mathematiker in geometrischen Situationen schon jetzt spielt.

Heuristik

Bezüglich der didaktischen Diskussion wurde schon bei der Herbsttagung 1996 auf die Bedeutung des Computers in experimentellen, heuristischen Phasen hingewiesen, so daß nunmehr "Heuristik" zu einem weiteren Schwerpunkt gemacht wurde.

Raumgeometrie

Da schließlich die Raumgeometrie ohnehin mehr Aufmerksamkeit im Mathematikunterricht verdient und die bis vor kurzem dafür vorhandenen Softwarewerkzeuge noch nicht voll überzeugen konnten, sollte erörtert werden, welche Möglichkeiten uns hier bevorstehen – vielleicht auch im Sinne der genannten "Regeometrisierung der Schulmathematik"!? Damit entsteht auch eine Brücke zur Berufsbildung, weil gerade hier raumgeometrische Situationen von besonderer Bedeutung sind.

• Irren

Heuristische Vorgehensweisen sind solche des Suchens, damit auch des vergeblichen Suchens, vor allem aber des **Irrens**, also des Begehens von Fehlern, wobei dieses durchaus spielerisch und ohne gravierende Folgen geschehen kann. Räumliche Situationen können zu Vorstellungsfehlern führen, z. T. mit fatalen Folgen der Desorientierung, denen wir aber durch "Verbesserung des räumlichen Vorstellungsvermögens" zu begegnen bemüht sind.

So haben wir es auch in der Raumgeometrie mit Situationen des Irrens zu tun, die dann aber nicht mehr nur spielerisch sein müssen, sondern durchaus ernste Konsequenzen haben können. Und in der tatsächlichen Anwendung sehen wir uns oft genug Situationen gegenüber, bei denen es keine ausreichende Irrtumstoleranz mehr gibt, Irrtümer somit verboten werden.

Schülerrecht auf Irrtum

Dies alles wäre Anlaß genug, in Anlehnung an das vorzügliche Buch "Das Menschenrecht auf Irrtum" von Bernd Guggenberger (1987) in unserem Kontext über das "Schülerrecht auf Irrtum" zu sinnieren, was zu einem späteren Zeitpunkt ausführlich geschehen mag. Nur soviel sei an dieser Stelle dazu gesagt:

Die alte Formel "errare humanum est", also "Irren ist menschlich", sollte nicht als Aussage über einen verzeihlichen Mangel des Menschen verstanden werden; vielmehr kommt hierin ein besonderer Vorzug des Menschen zum Ausdruck, nämlich: Er ist des Irrens fähig und vermag daraus und deshalb zu lernen! Daher sollten wir – gerade im Zusammenhang mit unseren Schwerpunktthemen – pädagogische Situationen des Irrens nicht möglichst vermeiden, sondern sie geradezu suchen und fördern!

In diesem Kontext wäre es sehr reizvoll, auf die Zusammenhänge zwischen *Irrtum*, *homo ludens* und *homo faber* (Abbildung) genauer einzugehen. (Hier ist jedoch nicht der Ort dafür.)

Bei Bertold **Brecht** finden wir in *seinen "Geschichten vom Herrn Keuner"* hierzu folgendes:

"Woran arbeiten Sie?" wurde Herr K. gefragt. Herr K. antwortete: "Ich habe viel Mühe, ich bereite meinen nächsten Irrtum vor."

Und Odo **Marquard**, einer der bedeutenden Philosophen unserer Gegenwart, schreibt in seiner "Apologie des Zufälligen":

"Wir irren uns empor."

Suchen

Das führt uns zum Untertitel dieses Bandes:

Suchen, Entdecken, Anwenden

Hier irritiert vielleicht die Bezeichnung "Suchen", weil sie unpädagogisch und ziellos anmutet. Schließlich wollen wir ja im Unterricht nicht planlos verfahren, und in der Lernpsychologie spricht man in diesem Zusammenhang auch von "planvollem Handeln". Das ist es doch, was wir meinen, und daher scheint vielleicht "Experimentieren" die treffendere Bezeichnung zu sein – oder?

Dennoch habe ich mich bewußt für "Suchen" entschieden, weil dieser Begriff für mich keinesfalls den Aspekt des Planlosen hat. Dies möchte ich kurz begründen:

"Suchen" ist nicht etwa gleichzusetzen mit "ziellosem Herumirren", vielmehr bedeutet es – wie schon ein Blick in eine Enzyklopädie lehrt –,

"sich Mühe zu geben, etwas zu finden".

Genau dies geschieht doch in unserem pädagogischen Kontext, wenn etwa Dynamische Geometriesysteme (DGS) zum spielerischen oder auch systematischen Entdecken von Zusammenhängen eingesetzt werden. Und es geschieht generell im Mathematikunterricht, wenn wir "offen" vorgehen, nicht lehrerzentriert, sondern schülerorientiert und zugleich problemorientiert: Wir geben uns Mühe, etwas zu finden, das zuvor gemeinsam als Problem, als zu Suchendes lokalisiert wurde!

Weiterhin hat "Suchen" auch eine philosophische Qualität, wie wir es etwa an der "Suche nach der Wahrheit" erkennen.

Eine schärfere Form des Suchens ist dann das "Versuchen" (= "experimentieren") – zugleich der Versuch (= "Experiment") im Sinne des planvollen wissenschaftlichen Suchens. Das "Experimentieren" ist also eine sehr strenge Form des Suchens und setzt bereits Hypothesen und ein klares Versuchs-Design voraus, das bei der Form des Suchens aber noch nicht notwendig vorhanden sein kann oder muß.

Deshalb scheint mir in unserem pädagogischen Kontext das "Suchen" als die weichere, propädeutische Form des "Versuchens" die allgemeinere Form zu sein, die das "Versuchen" (und damit das "Experimentieren") mit einschließt.

Entdecken

Klar ist damit, das zum Suchen als Ziel und Folge das *Entdecken* gehört, und alles zusammen macht dann den *heuristischen Bogen* der Erfahrungs- und Erkenntnisgewinnung aus.

Anwenden

Als Dritter im Bunde gesellt sich das *Anwenden* hinzu, denn es ist ein menschlicher Hang, Erkanntes und Erfahrenes auch anzuwenden. Andererseits können spontane Entdeckungen dazu führen, nun erst richtig auf die Suche zu gehen, und Anwendungen können dazu führen, etwas zu entdecken oder zu suchen.

Dies bedeutet, daß diese drei nebeneinander und nicht nacheinander zu sehen sind, und dieses nun hier unter der speziellen Perspektive "Geometrie", insbesondere – aber nicht nur – auch der "Raumgeometrie". Zugleich fängt diese Dreiheit die Aspekte "Heuristik" und "Berufsbildung" mit ein.

Schlußwort

In diesem Sinne verstehen sich die folgenden Beiträge dieses Tagungsbandes zur dringend erforderlichen Weiterentwicklung des Mathematikunterrichts, insbesondere des Geometrieunterrichts.

Ich danke auch dieses Mal den Autoren für ihre Beiträge und geduldige Mitarbeit im Wechselprozeß der Erstellung dieses Bandes. Der Verlag Franzbecker setzt freundlicherweise diese 1991 begonnenen proceedings fort, und dem Ernst Klett Schulbuchverlag, der Firma CASIO Computer Deutschland und der Firma Texas Instruments Deutschland danke ich für die finanzielle Förderung bei der Erstellung dieses Tagungsbandes. Die Firma Störig, Braunschweig, hat wieder Computer für die Tagungsstätte ausgeliehen. und die Fachhochschule Braunschweig-Wolfenbüttel hat großzügigerweise ihr Rechenzentrum für unseren Internet-Workshop geöffnet. Den Kollegen Herget, Weigand und Weth danke ich für Ihre Ratschläge zur Gestaltung dieses Bandes.

Ich wünsche allen Leserinnen und Lesern eine gewinnbringende Lektüre.

Braunschweig, im Februar 1998 Horst Hischer