Erschienen in: Steiner, H.-G. & Vollrath, H.-J.: Neue problem- und praxisbezogene Forschungsansätze. Köln: Aulis Verlag Deubner & Co., 1995.

Mathematikunterricht vor dem Hintergrund der Anforderungen, Herausforderungen und Möglichkeiten durch Informatik und Technologie – Werden sich Ziele, Inhalte und Methoden ändern (müssen)?

Horst Hischer, Braunschweig

Vorbemerkung 1

Folgende Kompaktthesen bilden die *vorweggenommene Quintessenz* dieses Artikels:

- Der derzeitige Mathematikunterricht befindet sich unmittelbar vor einer großen Sinnkrise.
- Ein künftiger „Mathematik"-Unterricht erfordert neben Mathematik (zumindest) auch Informatik als fachliche Bezugswissenschaft.
- Gemessen an (subjektiv erkennbaren) Defiziten des derzeitigen Schulsystems sehe ich weiterhin folgende *Aspekte für die Formulierung von Zielen* und die *Auswahlentscheidung für Inhalte und Methoden*:
  - **Technologie** als verantwortungsethisch orientierter Anwendungsbezug – („*technologische Bildung*" – Aspekt des *homo faber*)
  - **Spiel** als nicht auf Nutzen gerichteter Gegenpol zum Anwendungsbezug – („*vielseitige, individuell ausgerichtete Bildung*", Aspekt des *homo ludens*)

Vorbemerkung 2

> *„Die Mathematiker haben nicht nur das Bestreben, Einsichten zu gewinnen und tiefliegende Sätze herzuleiten. Daneben bemühen sie sich ernsthaft darum, allgemeine Methoden zu finden, mit deren Hilfe gewisse Klassen von Problemen systematisch behandelt und sozusagen automatisch gelöst werden können. Jede neu gefundene Methode ist ein Fortschritt der Mathematik. Damit wird allerdings der durch diese Methode beherrschte Aufgabenkreis* ***trivialisiert*** *und hört auf, ein interessantes Gebiet der schöpferischen Mathematik zu sein."*

Das schrieben Hermes und Markwald 1962 in Band 1 der „Grundzüge der Mathematik" von Behnke et al., und sie trafen damit die Situation, vor der wir m. E. heute stehen, vorausschauend und treffend. An späterer Stelle werde ich hierauf zurückkommen.

1 Erste Fragen

Ich beginne mit folgender *Eingangsthese*:

- Der Computer zwingt uns in der Mathematikdidaktik Fragen auf, denen wir nicht (länger) ausweichen können.

Das wird zu erläutern sein. Und zwar sehe ich in einem stark vereinfachten, ersten Anlauf den Mathematikunterricht durch die drei folgenden *Grundfragen* herausgefordert: „*warum*?" (die Frage nach dem *Sinn*), „*was*?" (die Frage nach den *Inhalte*n) und „*wie*?" (die Frage nach den *Methoden*). Diese für didaktische Untersuchungen geradezu konstitutiven – und *keineswegs trennscharfen*! – Fragen sind in ihrer Allgemeinheit zunächst nichtssagend. Dennoch erhalten sie eine aktuelle Bedeutung dadurch, daß sie im Zusammenhang mit dem Auftreten des

Computers – und allgemeiner: mit dem Entstehen der jungen Wissenschaft Informatik – erneut gestellt werden müssen. Dabei entspricht die Reihenfolge dieser drei Fragen zugleich der Vorgehensweise, wie sie bei seriöser curricularer Planung anzuraten ist. Dennoch tritt in der Praxis vorrangig und meist primär die Frage nach dem „wie?“ auf, indem etwa gefragt wird:

1. Ist der Computer ein willkommenes *Hilfsmittel*, mit dem man Unterricht – und speziell Mathematikunterricht – interessanter, spannender und effektiver gestalten kann?

Die *Bedeutung des Computers für den Mathematikunterricht* wird hier auf die eines *Unterrichtsmediums* reduziert, allenfalls noch in der besonderen Form eines *Werkzeug*s oder eines *Tutor*s. Interessanterweise gehen auch die meisten mathematikdidaktischen Publikationen der letzten Jahre in diese Richtung der *klassischen, methodisch orientierten Fragestellung* – Inhalt und Sinn des Mathematikunterrichts werden damit also i. d. R. gar nicht in Frage gestellt. Überspitzt: Ich erlebe immer wieder, daß schon in dieser meiner Feststellung überhaupt keine Kritik wahrgenommen wird.

Ich kontrastiere daher die erste *methodische* Frage mit der folgenden *sinnbezogenen*:

2. Ist der Computer ein *Gegenstand*, dessen bloße Existenz schon Anlaß geben könnte – oder gar sollte – über eine *Neuorientierung von (Mathematik-)Unterricht* nachzudenken?

Dieses ist offenbar eine Fragestellung neuerer Art, die weit über den instrumentellen, unterrichtsmedialen Aspekt des Computers hinausgeht und ohne eine Grundlagenbetrachtung über die künftige Sinnbestimmung von Mathematikunterricht in Verbindung mit einem *Vor*denken über den Bildungsauftrag von Schule zur Jahrtausendwende nicht zu beantworten ist – man muß dabei allerdings erheblich tiefer schürfen, als es der Gegenstand „Computer“ aufgrund der ersten Frage vermuten läßt.

Und schließlich stelle ich folgende *Inhaltsfrage*:

3. Ist es sinnvoll, neben dem Schulfach Mathematik ein weiteres Fach Informatik fest zu etablieren, oder sind Alternativen denkbar und wünschenswert?

Hierzu sei angemerkt, daß der Arbeitskreis „Mathematikunterricht & Informatik“ in einer vom Vorstand der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik in Auftrag gegebenen und gutgeheißenen Stellungnahme zur Forderung des „Fakultätentags Informatik“, Informatik als Pflichtfach einzuführen, diese zurückgewiesen und begründet hat, weshalb für solche wichtigen bildungsrelevanten informatischen Aspekte kein eigenes Fach erforderlich ist (vgl. [Hischer 1994 a, S. 162-164]). Weiterhin werde ich in meinen abschließenden zehn Thesen noch darauf zurückkommen.

Im folgenden werde ich zunächst die vielfältigen Beziehungen zwischen den Bereichen *Technologie*, *Allgemeinbildung*, *Mathematik*, *Informatik* und *Spiel* in ihrem Zusammenwirken skizzierend in den Blick rücken. Hierauf folgen *Thesen* und – in Kürze – *Perspektiven*.

2 Zusammenhänge

Mein Versuch einer bildungstheoretischen Begründung dessen, was vielfach mit „informationstechnischer Grundbildung“ oder (vom Ansatz her anspruchsvoller:) „informations- und kommunikationstechnologischer Bildung“ bezeichnet wird, führte sehr schnell zu der Einsicht, daß man nicht nur bei dem Computer und seiner sog. „gesellschaftlichen Relevanz“ stehenbleiben darf, sondern daß tiefer anzusetzen ist, nämlich bei dem *Verhältnis von Mensch und Technik* (weitere Ausführungen und Literaturangaben bei [Hischer 1988, 1991]).

- **Technik – Technologie**

Die Begriffe „Technik“ und „Technologie“ werden häufig unkritisch synonym gebraucht. Englischsprachige Veröffentlichungen tragen sicherlich hierzu bei, weil „technology“ durchaus im Sinne von „Technik“ verwendet wird. Diese Begriffe sind jedoch zu unterscheiden: Schon im Sinne des griechischen Wortursprungs bedeutet „Techno-Logie“ sowohl das Verständnis als auch das Wissen von der Technik. In dem somit weit gefaßten Begriff „Technologie“ ist daher bereits die Reflexion über Technik angelegt. Damit kommen wir aber zugleich zu einem *philosophisch-sozialwissenschaftlichen Verständnis* von Technologie: Zur Technologie gehört dann stets die *Reflexion der Folgen technischen Planens und Handelns*, was zur Technikfolgenabschätzung und schließlich – nach heutigem Verständnis – zur realistischereren (bzw.: bescheideneren) Aufgabe der *Technikgestaltung* führt. Diese kann nun aber ohne Kenntnisse und Methoden aus Sozial- und Geisteswissenschaften einschließlich der Philosophie nicht betrieben werden, wobei insbesondere normative und ethische Kategorien bemüht werden müssen. Somit berücksichtigt ein solches Verständnis von Technologie nicht nur eine Synthese von Wissenschaft und Technik, sondern es führt darüber hinaus zu einer *Integration mit den Sozial- und Geisteswissenschaften* ([Zimmerli 1987], [Hischer 1989]).

- **Technologische Synergie**

In dieser Integration wird vielfach ein *Paradigmenwechsel* gesehen, der mit einem Epochenübergang verbunden ist, und zwar vom wissenschaftlich-technischen zum *technologischen Zeitalter*. Dieser Paradigmenwechsel ist durch die Notwendigkeit der integrativen Zusammenarbeit aller Kräfte bei der Bewältigung der globalen Existenzfragen gekennzeichnet, also das, was ich *technologische Synergie* nenne. Sie erfordert von den Beteiligten Kommunikationskompetenz, Kooperationsbereitschaft und das Bewußtsein der Mitverantwortlichkeit, um an den schwierigen Fragen der Technikgestaltung mitwirken zu können. Es geht also um die Reflexion der Folgen des eigenen Tuns – das „Prinzip Verantwortung“ im Sinne von Hans Jonas (ich nenne das den „Aspekt des *homo faber*“).

- **Neue Technologien und „Auslagerung von Denkfähigkeit“**

Die universellen Verarbeitungsmöglichkeiten heutiger und erst recht künftiger Computergenerationen sind insofern revolutionär, als hier erstmals nicht wie bei früheren Maschinen mechanische Fähigkeiten des Menschen im anthropologischen Sinn „ausgelagert“ werden, sondern ein neuer Maschinentypus Fähigkeiten „übernimmt“, die bisher den menschlichen Geistesleistungen zugerechnet wurden. So weist [Winkelmann 1992] darauf hin, daß Computer „*schrittweise bisher menschliche Tätigkeiten*“ übernehmen, nämlich „*ein Umgehen mit Zahlen und Symbolen, zielgerichtet, ergebnisorientiert, algorithmisch*“.

Die im Computer repräsentierten neuen Informations- und Kommunikationstechniken stellen damit – als Produkt der Informatik – das bisherige Menschenbild in Frage! Das begründet zugleich die herausragende Stellung der auf der Mikroelektronik beruhenden Informations- (und damit auch der Kommunikations-)techniken und ihre „Neuheit“ – sie sind sog. „Querschnittstechniken“. Die auf solchen *datenprozessierenden Informations- und Kommunikationstechniken* beruhenden Technologien (s. o.) nenne ich *deshalb* in Anknüpfung an den Technikphilosophen Walther Ch. Zimmerli „*Neue Technologien*“ ([Zimmerli 1987, 1989], [Hischer 1989]).

- **Was kennzeichnet heute Allgemeinbildung bzw. Bildung?**

[Klafki 1985] hat sich bekanntlich in besonders umfassender Weise mit der Erörterung des Allgemeinbildungsbegriffs befaßt (vgl. auch [Heymann 1995], den ich hier nicht referiere):

Bildung *für alle*: Das ist für eine demokratisch verfaßte Gesellschaftsordnung selbstverständlich und somit unmittelbar einleuchtend.

Bildung *im Medium des Allgemeinen*: Hier geht es um einen *verbindlichen Kern dessen*, was *alle gemeinsam angeht*, und zwar mit dem Ziel, daß jeder einzelne ein „*geschichtlich vermitteltes Bewußtsein von zentralen Problemen der Gegenwart und – soweit voraussehbar – der Zukunft*" gewinne, Allgemeinbildung zeige sich ferner in der „*Einsicht in die Mitverantwortlichkeit aller angesichts solcher Probleme*" und der „*Bereitschaft, an ihrer Bewältigung mitzuwirken*". Für solche zentralen Probleme führt Klafki die Bezeichnung „*Schlüsselprobleme*" ein, z. B. die Friedensfrage, das Umweltproblem, *Gefahren und Möglichkeiten der neuen Informations- und Kommunikationstechniken und -medien*.

Bildung *in allen Grunddimensionen menschlicher Fähigkeiten*: Hiermit meint Klafki, daß Allgemeinbildung auch die *Eigenschaft vielseitiger Bildung* aufweisen muß. Das bedeutet, daß sich die Schülerinnen und Schüler auch als *Individuen mit eigenen Wünschen und Neigungen* erfahren müssen. Das leitet über zum nächsten Aspekt:

- **Hinzunahme von „Spielräumen" in den Unterricht**

Die sog. „Wissenschaftsorientierung" des Unterrichts, die uns vor zweieinhalb Jahrzehnten der Deutsche Bildungsrat beschert hat, führte im Zusammenhang mit der (in der Didaktik und der Lehrerausbildung noch immer fest verankerten) „Lernzielorientierung" zu einer verkopften Übertonung des Unterrichts. Hierzu sind Überlegungen des Erziehungswissenschaftlers Horst Ruprecht zu referieren, die er der Beziehung zwischen Evolution und Pädagogik widmet (vgl. [Ruprecht 1989]}; ich nenne das den „Aspekt des *homo ludens*").

Und zwar weist er darauf hin, daß ein wesentliches Merkmal der Evolution in einer permanenten Erhöhung der Komplexität in der Welt gesehen werden könne. Dieses führe dazu, daß nur die höher entwickelten Lebewesen eine spielerische Entwicklungsphase durchlaufen würden. Insbesondere zeige sich, daß sowohl Dauer als auch Intensität des Spiels geradezu ein Charakteristikum für die Höhe der Evolution seien. In diesem Denkmodell Ruprechts erscheint dann der Mensch „*als das am längsten spielende und am meisten des Spielens bedürftige Wesen*". Ruprecht leitet hieraus die Forderung ab, daß das Bildungsangebot der Schulen von seinen „*sklerotisierenden Rückständen*" befreit werden müsse, um sich in allen Fächern wieder für die „*Spiel-Räume des Denkens*" zu öffnen. Er benutzt den Begriff „Spielraum" im Sinne von „spielerischer Freiraum" als freie Übersetzung des griechischen „scholé" für „Muße" (worin ja unser heutiges „Schule" sprachlich – aber wohl leider nicht mehr bewußt – weiterlebt). Er ruft damit eindringlich zu *mehr Muße in der Schule* auf. Auch für den Mathematikunterricht entstünden demgemäß besondere Aufgaben, und er schreibt:

> „*Mathematik ist ein grandioses Spiel des Geistes, und als solches müßte sie in den Schulen erscheinen.*"

- **Mathematik ist überall – Mathematik als Technologie – Anwendung von Mathematik**

Hierzu sei in Kürze das Folgende gesagt: Die Mathematik entwickelt sich mit steigender Tendenz zu einem unentbehrlichen Werkzeug in Wissenschaft und Gesellschaft. Insbesondere entsteht ein neuer Zweig der Mathematik, der mit dem klassischen, aber bereits belegten Begriff „Angewandte Mathematik" nur unzureichend beschrieben wird.

In diesem extrem anwendungsorientierten Zweig gibt es Richtungen mit Bezeichnungen wie „Technomathematik", „Industriemathematik" und „Wissenschaftliches Rechnen", und gemeinsam ist ihnen, daß sie gemäß Ernst Kotzmann als neue mathematische Disziplinen „*gegen* *elementare Regeln und Normen der scientific community*" verstoßen, und zwar durch die „*Verwendung heuristischer oder experimenteller Methoden*". Er mahnt weiterhin an, daß die *Mathematik* damit die *Rolle einer Technologie* im philosophisch-sozialwissenschaftlichen Sinn (s. o.) übernehme und somit Fragen der Technikfolgenabschätzung (bzw. genauer: der *Technikgestaltung*) in ihre Aktivitäten mit einbeziehen müsse, indem er folgert:

> „*Dann wird es auch notwendig, in die Technikfolgenabschätzung auch die Abschätzung der Risiken und Folgen mathematischer Aktivitäten miteinzubeziehen. Damit eröffnet sich für die Mathematik die Chance zu einer kritischen Betrachtungsweise, wie sie der Technik und den Naturwissenschaften schon seit längerem von einer breiten Öffentlichkeit entgegengebracht wird.*" [Kotzmann 1989]

Auch Mathematiker können sich demgemäß nicht einfach in eine verantwortungsfreie Nische zurückziehen!

- **Neue Sichtweisen und Methoden aufgrund des Werkzeugs „Computer"**

Der Computer hat sich mittlerweile zu einem bedeutsamen Werkzeug auch innerhalb der Wissenschaft Mathematik entwickelt. Dazu drei Beispiele in bewußt anthropomorphisierender Darstellung:

Der Computer als „Trivialisierer": Die Beherrschung arithmetischer Techniken galt einst als anspruchsvolle geistige Leistung – ja gar als ein Merkmal von Bildung. Der Computer – und mit ihm der Taschenrechner – hat solche menschlichen Fertigkeiten entzaubert und sie zur stupiden Rechenarbeit degradiert, die man lieber einer Maschine anvertraut. Bruno Buchberger nennt das „*Trivialisierung der Arithmetik durch den Computer*", und zwar definiert er sinngemäß:

> Ein mathematisches Gebiet heißt „trivialisiert", sobald ein effizienter
> Algorithmus existiert, der jedes gegebene Problem dieses Gebiets löst.

Inhaltlich stimmt das mit dem Eingangszitat von Hermes und Markwald überein. In diesem Sinn sind beispielsweise die „Gebiete" *Integration elementarer transzendenter Funktionen* und *Beweisen geometrischer Sätze* trivialisiert worden. So hat etwa Risch einen Entscheidungsalgorithmus entwickelt, der den Bereich der elementaren transzendenten Funktionen trivialisiert: Für jeden vorgelegten Integranden aus der Klasse der elementaren transzendenten Funktionen wird in endlich vielen Schritten eine Entscheidung darüber geliefert, ob die zugehörige Stammfunktion derselben Klasse angehört oder nicht, und im positiven Fall wird ein zugehöriger Term auch berechnet. Die sog. *Computeralgebra* bzw. die *Formelmanipulationssysteme* basieren auf entsprechenden Algorithmen, und entsprechende Programme wie Derive, Mathematica, Maple u. a. leisten Beachtliches. *Solche Algorithmen übertreffen* in Verbindung mit heutiger Hardware *die menschlichen Leistungen um Größenordnungen*!

Entsprechende informatische Systeme aus Hard- und Software nenne ich bewußt provozierend und anthropomorphisierend „Trivialisierer". Selbstverständlich gibt es auch „einfachere" Trivialisierer, etwa für das Differenzieren elementarer transzendenter Funktionen und insbesondere für die Bereiche „symbolisches Gleichungslösen" und „Termumformungen".

Bedenken wir, daß ein wesentlicher Teil des bisherigen, *realen* Mathematikunterrichts der Erarbeitung und Festigung von Kalkülen dient – nämlich Termumformungen, Gleichungslösen, Differenzieren, Integrieren – und diese Kalküle nunmehr von solchen neuartigen Systemen, also „Trivialisierern", ausgeführt werden können, so gelangen wir in Anknüpfung an das Zitat von Hermes und Markwald unweigerlich zur *neuen Sinnfrage*:

An welchen Zielen sollte sich ein künftiger Mathematikunterricht (eigentlich noch) orientieren?

Der Computer als „Entdecker“: Mit dem Computer liegt für die mathematische Forschung ein neuartiges Werkzeug vor, und zwar für eine experimentelle Mathematik, die es – zumindest in dieser Ausprägung – in der „Vor-Computer-Ära“ nicht gab. So gibt es zunehmend an Universitäten bereits *Institute für Experimentelle Mathematik* – neue Arbeitsweisen entstehen.

Der Computer als „Beweiser“: Das automatische Beweisen von mathematischen Sätzen, von dem schon Leibniz träumte, ist heute Realität geworden. Dieses wird von sog. Deduktionssystemen geleistet, die zur „Künstlichen Intelligenz“ gehören. Dies mag helfen, den Blick zu öffnen für den Unterschied zwischen dem *formal-logischen Beweisen* und dem (kreativen!) *Finden einer Beweisidee*!

- **Grenzen der Anwendbarkeit von Mathematik**

Hier handelt es sich um nicht neue, aber berücksichtigenswerte erkenntnistheoretische Aspekte.

Mathematische Sprache – natürliche Sprache: Wenn die Mathematik in Bereiche der Realwissenschaften und auch in praktische Wissenschaften Einzug hält und verallgemeinert: wenn Mathematik angewendet wird, so treten Kommunikationsprobleme auf, die nicht nur mit Unterschieden der jeweiligen Fachsprachen, sondern darüber hinaus mit Unterschieden zwischen der formalmathematischen und der natürlichen Sprache zusammenhängen. Denn während die Mathematik – wie auch andere Wissenschaften – von der Eindeutigkeit der Begriffe und Aussagen lebt, ist die natürliche Sprache durch Polysemantik gekennzeichnet, weiterhin z. B. durch Vagheit und elliptische Verkürzung.

Klassische zweiwertige Logik – „Vage Logik“: Die Grenzen der mathematischen begrifflichen Eindeutigkeit kommen also bei der natürlichen Sprache klar zum Vorschein und bereiten in der Künstlichen Intelligenz große Probleme. Der amerikanische Mathematiker und Informatiker Lotfi Zadeh arbeitet seit rund dreißig Jahren an der Lösung dieses Problems, indem er einen anderen – in der „scientific community“ aber noch nicht anerkannten – Weg geht. Zadeh will „*mit der Ungenauigkeit der realen Welt fertig werden*“, denn es klaffe eine große Lücke zwischen der Genauigkeit der klassischen Logik und der Ungenauigkeit der realen Welt. Während die „normale“ KI-Forschung dieses Problem unter Rückgriff auf die zweiwertige Logik angeht, gibt Zadeh diesem Verfahren grundsätzlich keine Chance und hat deshalb seine „Fuzzy Logic“ entwickelt, die im Deutschen z. T. „Unscharfe Logik“ heißt und für die mir wegen der zugrundeliegenden „Vagheit“ der natürlichen Sprache die Bezeichnung „*Vage Logik*“ angebracht scheint. Entscheidend sollte aus didaktischer Sicht jedoch sein, daß wir uns bewußt sind, wie einseitig doch die von uns üblicherweise verwendete Logik ist und wie weit sie von der Logik der natürlichen Sprache entfernt ist. Damit können wir uns – und vor allem unsere Schüler! – davor bewahren, die Möglichkeiten des mathematischen Denkstils im Diskurs mit anderen zu überschätzen. Einsicht in die Grenzen führt zugleich zu einer Stärkung der eigenen Möglichkeiten.

Beweisbares Wissen – nicht beweisbares Wissen: Im Zusammenhang mit der Bewußtmachung der eigenen Grenzen muß noch die – nicht neue – Erkenntnis erwähnt werden, daß der Mathematik als Mittel zur Wahrheitsfindung deutliche Grenzen gesetzt sind. So besagt ja der Unvollständigkeitssatz von Kurt Gödel aus dem Jahre 1931, daß es mathematische Behauptungen gibt, die weder bewiesen noch widerlegt werden können, was bedeutet, daß eine derartige unentscheidbare Behauptung nicht als letzte Aussage irgendeines Beweises erscheinen kann. Daraus folgt, daß sich die Auffassung mathematischer Wahrheit von der Auffassung mathematischer Beweisbarkeit unterscheidet. Die entscheidende erkenntnistheoretische Schlußfolgerung hieraus ist bekanntlich, daß die mathematischen Systeme formalen Denkens nicht stark genug sind, alles zu beweisen, was wahr ist. Das bedeutet nun, daß es ein Wissen gibt, das nicht aus dem formalen Denken resultiert!

3 Thesen (vgl. [Hischer 1991]; ich nannte sie dort „vorläufig“, sie gelten für mich jedoch weiterhin)

- **Technologie als Dimension von Allgemeinbildung – *homo faber***

1. *These*: Ein gegenwärtiges Schlüsselproblem der Menschheit ist aufgrund der mittlerweile gewachsenen Einsicht in die globalen Wirkungen und Zusammenhänge menschlichen Planens und Handelns die Sicherung der existentiellen Grundlage der künftigen Generationen. Ein Vertrauen auf „Selbstheilungskräfte der Natur“ muß hier zunehmend in Frage gestellt werden, stattdessen ist gemeinsames technologisches Planen und Handeln der Menschen in Wahrnehmung ihrer Verantwortung gegenüber den Mitmenschen und der Schöpfung erforderlich („*technologische Synergie*“).
2. *These*: Technologische Synergie erfordert die Mitwirkung von Idealwissenschaften (Mathematik, Philosophie), Realwissenschaften (Naturwissenschaften und Kulturwissenschaften unter Einschluß der Sozialwissenschaften) und praktischen Wissenschaften (Ingenieurwissenschaften). Die an die „technologische Synergie“ untrennbar gebundene Verantwortlichkeit der Mitwirkenden erfordert die Ausbildung ethischen Urteilsvermögens. Hierzu gehören auch Einsichten in die Grenzen des fachlich Möglichen und ethisch Zulässigen.
3. *These*: Der sich aus der technologischen Synergie ergebende Aspekt von Allgemeinbildung läßt sich kennzeichnen als *technologische Bildung* und betrifft wegen des Synergieaspekts im Prinzip alle Unterrichtsfächer („*integrativer Ansatz*“). Technologische Bildung umfaßt auch stets Umwelterziehung (ökologische Bildung) und Friedenserziehung.

- **Mathematik als Technologie und damit:**
  Mathematik als spezielle Dimension von Allgemeinbildung

4. *These*: Die Mathematik entwickelt sich zu einem unentbehrlichen Werkzeug im Rahmen technologischen Planens und Handelns und zum Erkennen von Wirkungszusammenhängen in der realen Welt. Zum Bildungsauftrag der allgemeinbildenden Schule gehört damit unverzichtbar, den Schülerinnen und Schülern fundamentale Ideen und Methoden der Mathematik nahezubringen, die zum Verständnis der Welt, in der wir leben, hilfreich sind.
5. *These*: Auch die Wissenschaft Informatik spielt über die Informations- und Kommunikationstechnologien eine bedeutsame Rolle im Rahmen der technologischen Synergie. Eine ihrer wesentlichen fundamentalen Ideen und Methoden ist die Algorithmik. Hierin erweist sich die Informatik als Sprößling der Mathematik, gehört doch der Algorithmus zu den mathematischen Urbeständen. Die während der Zeit des Bourbakismus in der Mathematik in den Hintergrund getretene algorithmische Methode bekommt jedoch im Rahmen neuerer mathematischer Theorien und Anwendungen – Fraktale, Chaostheorie, Katastrophentheorie, Dynamische Systeme – eine bedeutsamere Rolle als je zuvor.

- **Die Kanonfrage: Mathematik und/oder Informatik?**

6. *These*: Nicht alle wichtigen gesellschaftlichen Bereiche haben ihr direktes verkleinertes Abbild durch ein entsprechendes Unterrichtsfach in der Schule, man denke etwa an Rechtswissenschaft, Medizin, Sozialpädagogik und Architektur. Umgekehrt haben nicht alle traditionellen Unterrichtsfächer ihr Pendant in einer wissenschaftlichen Disziplin, z. B. Englisch und Erdkunde. Das liegt daran, daß man den im Fächerkanon vertretenen Unterrichtsfächern zutraut – und offenbar entweder genau diesen oder zumindest diesen in besonderer Weise – im Rahmen der Allgemeinbildung soviel Transfer zu ermöglichen, daß sich mit ihnen und über sie diese Welt, in der wir leben, erschließen läßt.

7. *These*: Die erforderliche Vermittlung der genannten *fundamentalen Ideen und Methoden aus Mathematik und Informatik* kann am besten durch ein Unterrichtsfach erfolgen, das sich dieser Ideen annimmt. Der Mathematikunterricht vermag dieses zu leisten, wenn er künftig in allen Stufen und Bereichen des allgemeinbildenden Schulwesens inhaltlich und methodisch so angelegt wird, daß sich die Einrichtung eines Unterrichtsfachs Informatik erübrigt. Das bedeutet jedoch nicht, daß alles, was heute im Informatikunterricht behandelt wird, in einen künftigen Mathematikunterricht übernommen werden muß.
8. *These*: Ein solches Unterrichtsfach Mathematik kann diesen Bildungsauftrag nicht erfüllen, wenn es nicht zugleich auch die Grenzen und Beschränktheit der mathematischen und informatischen Weltsicht vermittelt.

- **Spiel als Dimension von Allgemeinbildung** – *homo ludens*

9. *These*: Allgemeinbildung als Prozeß muß so angelegt sein, daß nicht nur Wissen und Kenntnisse, Einsichten und Betroffenheit, Fähigkeiten und Fertigkeiten vermittelt werden, um jetzige und künftige Schlüsselprobleme der Welt, in der wir leben und in der wir leben wollen, erkennen und möglichst auch lösen zu können.
   Allgemeinbildung als Prozeß muß auch Spielräume bereitstellen, um Freiheit in den Bildungsprozeß zu bringen und die Schülerinnen und Schüler ihr Ich entdecken lassen zu können.
10. *These*: Mathematik als Idealwissenschaft ist wie die Philosophie a priori nicht auf Nutzen gerichtet und in diesem Sinne nutzlos und ein Glasperlenspiel. Mathematik als Unterrichtsfach kann und muß neben seiner Aufgabe im Rahmen einer technologischen Bildung auch die Möglichkeiten dieses Glasperlenspiels zur Schaffung von Spielräumen nutzen.
   Hierzu müssen den Lehrerinnen und Lehrern in ausreichendem Maße sowohl inhaltliche Freiräume als auch Anregungen gegeben werden. Mathematikunterricht kann im Rahmen des Unterrichts an allgemeinbildenden Schulen einen bedeutsamen Beitrag zur Ausgestaltung von Spielräumen leisten. Dieses muß nicht auf Fächer wie Kunst, Musik und Sport beschränkt bleiben!

4 Perspektiven

Somit entstehen für den Mathematikunterricht durch Informatik und Technologie nicht nur neue Möglichkeiten, sondern auch neue Anforderungen und Herausforderungen, die allein über eine Sinnbestimmung gemäß dem Paradigma „Vermittlung eines gültigen Bildes von Mathematik“ wohl nicht mehr zu bewältigen sind. Vielmehr sehe ich künftig neben Mathemtik auch Informatik als fachliche Bezugswissenschaft eines neuartigen „Mathematik“-Unterrichts, während mir für die Formulierung von Zielen und die Auswahlentscheidung für Inhalte und Methoden auch die beiden bereits in Vorbemerkung 1 genannten allgemeinbildenden Dimensionen *Technologie* (*homo faber*) und *Spiel* (*homo ludens*) bedeutsam und hilfreich erscheinen.

Möglichkeiten zur Ausgestaltung der Dimension „Spiel“ werden sich künftig möglicherweise gerade dadurch ergeben, daß aufgrund der Verfügbarkeit informatischer Methoden (u. a. sog. „Trivialisierer“) klassische, kalkülorientierte Unterrichtsphase wohl an Bedeutung verlieren werden und dadurch Freiräume entstehen, (alte) Ziele des Mathematikunterrichts im Sinne philosophisch-spielerischer Betrachtungsweisen stärker wirksam werden zu lassen, als das bisher vielleicht möglich war bzw. praktiziert worden ist.

Die eingangs behauptete Sinnkrise könnte damit versöhnlich gewendet werden, indem zu fragen ist, ob die Situation, zu der uns die Informatik und die Technologie geführt haben, weniger als Bedrohung, sondern eher als Chance zu begreifen ist – eine Chance vielleicht für bisher nicht erreichte Bildungsziele?!

5 Literatur

Heymann, Hans Werner [1995]: Fragen zur Mathematiklehrerbildung aus der Perspektive eines Allgemeinbildungskonzepts. Erscheint 1995 in: Biehler, Rolf; Heymann, Hans Werner; Winkelmann, Bernard (Hrsg.): Lehrerbildung für einen allgemeinbildenden Mathematikunterricht. Aulis, Köln 1995.

Hischer, Horst [1988]: Allgemeinbildende Schulen und neue Informationstechnologien. In: *Erziehungswissenschaft und Beruf*, 8. Sonderheft (Tagungsband), S. 50-57, Rinteln, 1988. Abgedruckt auch in: Schulcomputerjahrbuch 1988/89. Stuttgart 1988.

— [1989]: Neue Technologien in allgemeinbildenden Schulen – Ein Beitrag zur begrifflichen Klärung. In: *Schulverwaltungsblatt für Niedersachsen* **41**(1989)4, S. 94-98.

— ; v. Zimmermann, Thomas [1990]: Neue Technologien und Allgemeinbildung. In: *Computerbildung* (1990), Heft 2, S. 4-7.

— [1991]: Neue Technologien als Anlaß einer erneuten Standortbestimmung für den Mathematikunterricht (Hauptvortrag auf der 25. Bundestagung für Didaktik der Mathematik am 5.3.1991 in Osnabrück). Kurzfassung in: *Beiträge zum Mathematikunterricht* (Tagungsband 1991), S. 49-58. Langfassung in: *mathematica didactica*, **14**(1991)1/2, S. 3-24.

— (Hrsg.) [1992]: Mathematikunterricht im Umbruch? – Erörterungen zur möglichen „Trivialisierung“ von mathematischen Gebieten durch Hardware und Software. Bericht über die 9. Arbeitstagung des Arbeitskreises „Mathematikunterricht und Informatik“ in der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik e. V. vom 27. bis 29. September 1991 in Wolfenbüttel. 155 Seiten. Hildesheim 1992.

— (Hrsg.) [1993]: Wieviel Termumformung braucht der Mensch? – Fragen zu Zielen und Inhalten eines künftigen Mathematikunterrichts angesichts der Verfügbarkeit informatischer Methoden. Bericht über die 10. Arbeitstagung des Arbeitskreises „Mathematikunterricht und Informatik“ in der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik e. V. vom 25. bis 27. September 1992 in Wolfenbüttel. Hildesheim 1993.

— (Hrsg.) [1994 a]: Mathematikunterricht und Computer – neue Ziele oder neue Wege zu alten Zielen? Bericht über die 11. Arbeitstagung des Arbeitskreises „Mathematikunterricht und Informatik“ in der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik e. V. vom 8. bis 10. Oktober 1993 in Wolfenbüttel. Hildesheim 1994.

— [1994 b]: Mathematikunterricht und Computer – Ein Überblick. In: *Mathematik in der Schule* **32**(1994)6, S. 321-332.

— [1994 c]: Math.-Unt. u. Comp. – Perspektiven. In: *Math. i. d. Sch.* **32**(1994)7/8, S. 385-397.

Klafki, Wolfgang [1989]: Neue Studien zur Bildungstheorie und Didaktik – Beiträge zur kritisch-konstruktiven Didaktik. Weinheim und Basel 1985.

Kotzmann, Ernst [1989]: Alte Theorie – Neue Praxis. Informationstechnologische Auswirkungen auf die Mathematik. In: Maas, Jürgen; Schlöglmann, Wolfgang (Hrsg.): Mathematik als Technologie? Wechselwirkungen zwischen Mathematik, Neuen Technologien, Aus- und Weiterbildung. Weinheim 1989 (Tagungsband).

Ruprecht, Horst [1989]: Spiel-Räume fürs Leben – Musikerziehung in einer gefährdeten Welt. (Festvortrag auf der 7. Bundesmusikschulwoche Karslruhe 1988). In: Ehrenforth, Karl-Heinrich (Hrsg.): Kongreßbericht 7. Bundesmusikschulwoche Karlsruhe 1988, S. 32-39. Mainz 1989.

Winkelmann, Bernard [1992]: Zur Rolle des Rechnens in anwendungsorientierter Mathematik: Algebraische, numerische und geometrische (qualitative) Methoden und ihre jeweiligen Möglichkeiten und Grenzen. In: [Hischer 1992, S. 32-42]

Zimmerli, Walther Ch. [1987]: Allgemeinbildung und technischer Wandel – Herausforderung der Schule angesichts der Diskussion um die neuen Technologien. In: Traebert, Wolf Ekkehard (Hrsg.): Technik als Schulfach, Band 6. VDI-Verlag, Düsseldorf 1987, S. 61-77.

— [1989]: Der Mensch als Schöpfer seiner selbst – Realität und Utopie der Neuen Technologien. In: Kwiran, Manfred; Wiater, Werner: Schule im Bannkreis der Computertechnologie. R. Brockhaus Verlag, Wuppertal 1989.