

● Mathematikunterricht im „Bannkreis des Computers“ – oder: Wohin führt uns der Computer? ¹

Horst Hischer, Braunschweig

1 Überblick

1.1 Der Computer als „Trivialisierer“

*Die Mathematiker haben nicht nur das Bestreben, Einsichten zu gewinnen und tiefliegende Sätze herzuleiten. Daneben bemühen sie sich ernsthaft darum, allgemeine Methoden zu finden, mit deren Hilfe gewisse Klassen von Problemen systematisch behandelt und sozusagen automatisch gelöst werden können. Jede neu gefundene Methode ist ein Fortschritt der Mathematik. Damit wird allerdings der durch diese Methode beherrschte Aufgabenkreis **trivialisert** und hört auf, ein interessantes Gebiet der schöpferischen Mathematik zu sein.*

Das schrieben Hermes und Markwald vor rund dreißig Jahren in den „Grundzügen der Mathematik“ von Behnke ², und sie trafen damit die Situation, vor der wir m. E. heute stehen, vorausschauend und treffend .

So galt z. B. die Beherrschung arithmetischer Techniken einst als anspruchsvolle geistige Leistung – ja gar als ein Merkmal von Bildung. Der Computer – und mit ihm der Taschenrechner – hat solche menschlichen Fertigkeiten längst entzaubert und sie zur stupiden Rechenarbeit degradiert, die man lieber einer Maschine anvertraut. Buchberger nennt das – ganz im Sinne von Hermes und Markwald – „*Trivialisierung der Arithmetik durch den Computer*“ ³. Als Werkzeug nimmt der Computer dabei die klassische numerische Rolle als *Rechner*, *Graphiker* und *Textverarbeiter* wahr.

¹ Der Titel wurde in Anlehnung an [Kwiran/Wiater 1989] gewählt. Die vorliegende Ausarbeitung geht quantitativ über den Einführungsvortrag der Tagung hinaus, greift zugleich viele Aspekte meiner Einlassungen zu den beiden vorangegangenen Tagungen erneut auf und verweist andererseits inhaltlich bereits auf die Herbsttagung 1994. Es ist eine gekürzte und leicht veränderte Fassung von [Hischer 1994a, 1994b].

² in [Behnke et al. 1962], S. 33: „§5 Der Kalkülbegriff...“

³ [Buchberger 1989]

Winkelmann verwendet auch den Begriff „Rechenknecht“ ⁴, indem er anführt:

Der Rechner rechnet so, wie wir auch schon immer rechneten, er nimmt uns die übliche Arbeit ab. In diesem Sinne sind Computer leicht zu verstehen, und auch ihre Einsatzmöglichkeiten sind zunächst überschaubar.

Als Beispiele nennt er: Taschenrechner, Tabellenkalkulationsprogramme, Statistik-Pakete, Multiplikation von Matrizen, Ausmultiplizieren symbolischer Ausdrücke, symbolisches Differenzieren.

Das eigentlich Brisante sind die Möglichkeiten symbolischen Rechnens: Denn mittlerweile ist die technische Entwicklung bei Hard- und Software so weit gegangen, daß nun außerordentlich leistungsfähige Programme vorliegen, mit denen man komplexere Strukturen wie *Terme* und *Formeln* bearbeiten kann.

Damit tritt der *Computer* für den Anwender in neuen, formalen Rollen auf, die zum „symbolischen Rechnen“ gehören, nämlich *als*:

- *Termumformer*
- *Gleichungslöser* (algebraisch!)
- *Differenzierer* (algebraisch!)
- *Integrierer* (bestimmt/unbestimmt)

Programme, die Derartiges leisten können, heißen *Formelmanipulationssysteme* ⁵ oder *Computeralgebrasysteme* (CAS) und sind heute bereits für den PC und sogar schon für neuartige „*Taschencomputer*“ verfügbar, so etwa die Programme DERIVE oder MATHEMATICA. Das bedeutet also, daß damit auch das *Gebiet* der Formelmanipulation oder *des symbolischen Rechnens* im Sinne von Buchberger „*trivialisert*“ worden ist und somit der „Bronstein“ entbehrlich werden könnte!

Abb. 1 zeigt als einfaches Beispiel die Polynomdivision mittels DERIVE und die anschließende Faktorisierung des Nenners.

⁴ [Winkelmann 1992]

⁵ [Oberschelp 1991]

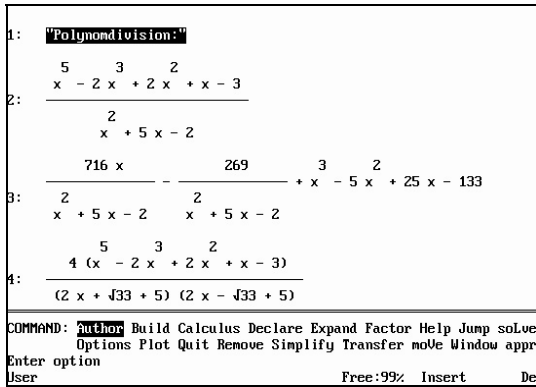


Abb. 1

Bedenken wir, daß ein wesentlicher Teil des bisherigen, *realen* Mathematikunterrichts der *Erarbeitung und Festigung von Kalkülen* dient – nämlich Termumformungen, Gleichungslösen, Differenzieren, Integrieren – und diese Kalküle nunmehr von solchen neuartigen Maschinen ausgeführt werden, so gelangen wir unweigerlich zur neuen

Sinnfrage:

- An welchen Zielen sollte sich ein künftiger Mathematikunterricht (eigentlich noch) orientieren?

Betrachtet man insbesondere Abituraufgaben, die vielfach kalkülartig konzipiert sind⁶, so stellt sich sogar die grundsätzliche Frage, ob wir mit dem Mathematikunterricht bisher auf dem richtigen Wege sind, und es schließt sich die Frage an:

- Führt der Computer als „Trivialisierer“ zu einer *Sinnkrise des Mathematikunterrichts*?

1.2 Weitere instrumentelle Aspekte

In diesem Zusammenhang muß ich noch *zwei weitere wichtige Aspekte* des Computers zu erwähnen, die seine Bedeutung als neuartiges Werkzeug in der Mathematik hervorheben:

• Der Computer als „Entdecker“

Mit dem Computer liegt nämlich für die mathematische Forschung ein neuartiges Werkzeug vor, und zwar für eine experimentelle, heuristisch vorgehende Mathematik, die es – zumindest in dieser Ausprägung – in der „Vor-Computer-Ära“ nicht gab.⁷

⁶ vgl. hierzu [Weigand/Weth 1991] und [Herget 1992, 1993]

⁷ So gibt es z. B. bereits an der Humboldt-Universität in Berlin ein "Institut für experimentelle Mathematik".

• Der Computer als "Beweiser"

Das automatische Beweisen von mathematischen Sätzen, von dem schon Leibniz träumte, ist heute Realität geworden. Es wird von sog. Deduktionssystemen geleistet, die zum Gebiet der sog. „Künstlichen Intelligenz“ gehören.⁸

1.3 Ein anthropologischer Aspekt: Auslagerung von Denkfähigkeit

Und noch ein weiterer Aspekt der Maschine „Computer“ sollte uns nachdenklich stimmen: Während frühere Maschinen als Produkte des *homo faber* mechanische Fähigkeiten des Menschen im anthropologischen Sinn „auslagerten“, wie es Fischer und Malle bezeichnen⁹, stellt der Computer einen Maschinentypus gänzlich neuer Qualität dar, indem er Fähigkeiten „übernimmt“, die bisher den menschlichen Geistesleistungen zugeordnet wurden.¹⁰

Die im Computer repräsentierten neuen Informations- und Kommunikationstechniken stellen damit – als Produkt der Informatik – das bisherige Menschenbild in Frage.

1.4 Computer und Informatik als Herausforderung für den Mathematikunterricht

Zusammenfassend führen mich diese Aspekte des Computers zugleich zu folgender

Eingangsthese:

Der Computer zwingt uns in der Mathematikdidaktik Fragen auf, denen wir nicht (länger) ausweichen können.

In einem stark vereinfachten Zugang sind das zunächst folgende drei *Rahmenfragen*:

- „*warum?*“
(die Frage nach dem Sinn),
- „*was?*“
(die Frage nach den Inhalten) und
- „*wie?*“
(die Frage nach den Methoden).

⁸ Eine entsprechende Forschergruppe an der Universität Karlsruhe zählt hier mit der von ihr entwickelten "Markgraf Karl Refutation Procedure" zur internationalen Spitze.

⁹ vgl. [Fischer/Malle 1985], S. 257-258

¹⁰ So weist [Winkelmann 1992] darauf hin, daß Computer schrittweise bisher menschliche Tätigkeiten übernehmen, nämlich zielgerichtetes, ergebnisorientiertes und algorithmisches Umgehen mit Zahlen und Symbolen.

Nun sind das keine neuen Fragen, sondern sie sind geradezu konstitutiv für didaktische Untersuchungen.

Was also ist neu an diesen Fragen? Die Brisanz liegt nach meiner Einschätzung darin, daß sie im Zusammenhang mit dem Auftreten des Computers – und allgemeiner: mit dem Entstehen der jungen Wissenschaft Informatik – *erneut* gestellt werden müssen.

So sollten wir also diese drei Fragen im folgenden stets vor diesem Hintergrund formuliert denken, etwa so:

- Es gibt Computer und Informatik — **WIE** sollte ein künftiger Mathematikunterricht *gestaltet* werden?
- Es gibt Computer und Informatik — **WAS** sollte *Inhalt* eines künftigen Mathematikunterrichts sein?
- Es gibt Computer und Informatik — **WARUM** sollte (künftig eigentlich noch) Mathematikunterricht in der allgemeinbildenden Schule erteilt werden?

Zwar ist die Frage nach dem „wie?“ im Rahmen von *Unterrichtsplanung* erst als letzte zu stellen, jedoch tritt sie interessanterweise im Zusammenhang mit dem Phänomen „Mathematikunterricht und Computer“ ebenfalls primär auf, indem – *methodisch orientiert* – gefragt wird:

- Ist der Computer ein willkommenes **Hilfsmittel** (als *Werkzeug, Medium* und *Tutor*) zur interessanteren und effektiveren Gestaltung von Unterricht? ¹¹

Eine Fülle einschlägiger Publikationen der letzten Jahre zeugt von entsprechenden Intentionen, Erwartungen und Erfahrungen.

Andererseits könnte man folgende Frage als einen *Beitrag zur Sinnfrage* stellen:

- Sollte der Computer vielleicht auch ein Unterrichts**gegenstand** sein, weil bereits seine *Existenz* in unserer Gesellschaft und die damit verbundenen Implikationen hinreichend *Anlaß zu einem Reflektieren von Allgemeinbildung* geben?

Bei dieser Frage zeigt sich übrigens, daß man bei ihrer Bearbeitung erheblich tiefer schürfen muß, als es der Gegenstand „Computer“ zunächst vermuten läßt.

Und schließlich stelle ich zum wiederholten Male folgende *Inhaltsfrage*:

¹¹ Es ist zunächst nicht erforderlich, einen Versuch der begrifflichen Abgrenzung dieser drei Termini vorzunehmen. In der Tat sind die Übergänge fließend.

- Ist es sinnvoll und zu verantworten, neben dem Fach Mathematik ein weiteres Fach **Informatik** fest als **Pflichtfach** zu etablieren, oder sind Alternativen denkbar und wünschenswert? Wäre es nicht wichtiger, z. B. den Umfang von Musikunterricht und Kunstunterricht verpflichtend zu erhöhen?

Mit dieser Frage provoziere ich ganz bewußt, weil auch wir Mathematikdidaktiker zur Kenntnis nehmen müssen, daß Mathematikunterricht nur ein Teil des Ganzen sein kann und darf und daß auch wir uns über den „Rest“ Gedanken machen sollten! Diese Frage enthält zugleich ein eindringliches Plädoyer für eine *fächerübergreifende, transdisziplinäre und ganzheitliche Sicht von Schule*.

Bei der Bearbeitung der letzten beiden Fragen (Sinn und Inhalt) ist zu berücksichtigen (vgl. Abb. 2), daß der

- Computer als *Werkzeug und Medium* Einzug in die Wissenschaft Mathematik gehalten hat,
- die heutige *Computertechnik* ein *Produkt der Informatik* ist,
- die Informatik aus der Mathematik hervorgegangen ist und sich nunmehr
- Informatik und Mathematik verkoppelt weiterentwickeln. ¹²

Das Vorhandensein von Informatik und die Verfügbarkeit informatischer Methoden führen damit unter Berücksichtigung dieser drei Rahmenfragen zu einer Herausforderung der Mathematikdidaktik, indem zu fragen ist, ob nicht neben Mathematik auch *Informatik als weitere inhaltliche Bezugswissenschaft* eines künftigen Mathematikunterrichts auftritt und „**fundamentale Ideen**“ ¹³ beider Disziplinen didaktisch relevant sind. ¹⁴

¹² So sind die Springer Newsletter 4/1992 auf jeder Seite mit ansprechenden dreidimensionalen Computergraphiken angereichert, auch wenn auf diesen Seiten nur Werke zur "klassischen Mathematik" aufgeführt sind! Und auf der "Schlendertasche" für die Teilnehmer der DMV-Tagung 1992 in Berlin prangte ebenfalls eine dreidimensionale Computergraphik. Mathematiker sind damit wohl bereits den von ihnen verursachten und von den Informatikern durch entsprechende Softwareprodukte zur Vollendung gebrachten Darstellungsmöglichkeiten voll erlegen!

¹³ [Knöß 1989], [Schweiger 1992]

¹⁴ Dabei lasse ich offen, ob es bildungsrelevante fundamentale Ideen der Informatik gibt, die nicht bereits fundamentale Ideen der Mathematik sind.

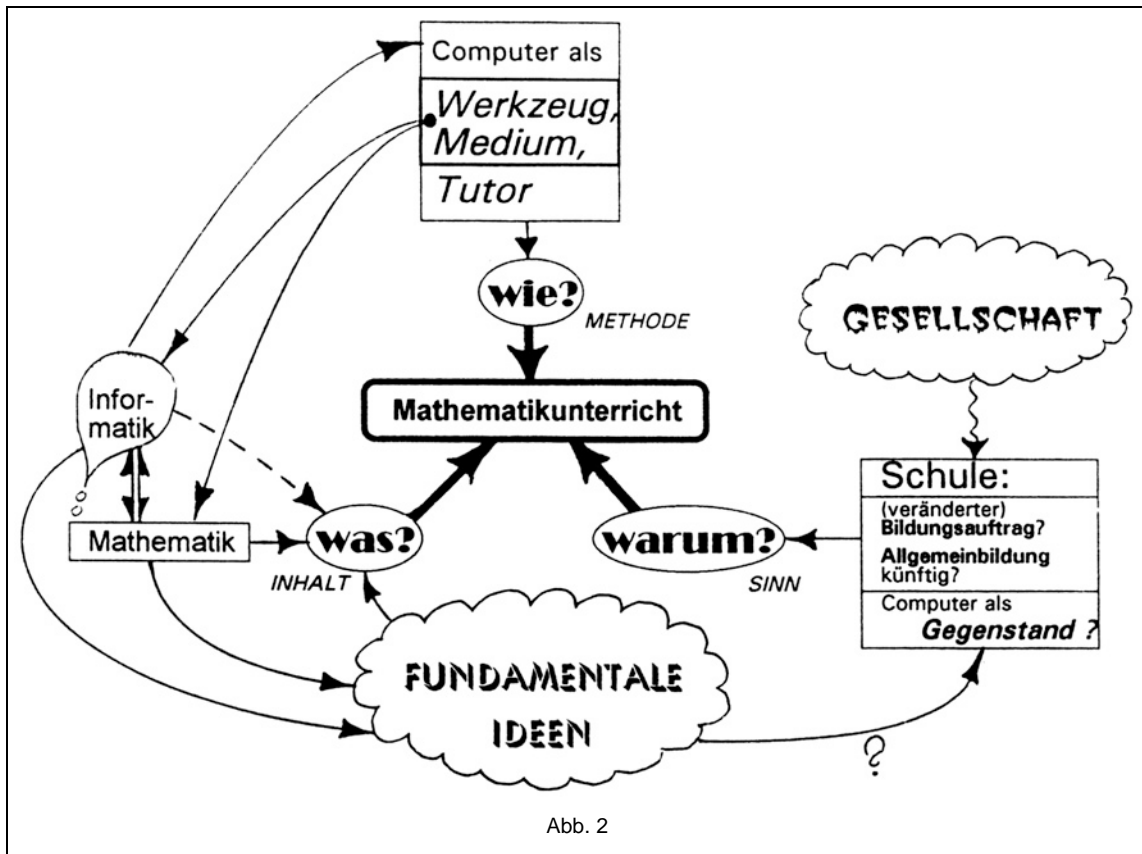


Abb. 2

1.5 Ein breiterer Ansatz: Informatik, Allgemeinbildung und „Schlüsselprobleme“

Halten wir also fest, daß spätestens seit dem Auftreten derartiger Computeralgebrasysteme ernsthaft über eine Sinnbestimmung von Mathematikunterricht erneut nachgedacht – besser: **vorgedacht** – werden muß.

Es sind jedoch nicht nur solche Systeme, die nachdenklich stimmen sollten, sondern man muß bei einer gründlichen Reflexion den Bogen schon weiter fassen:

- So ist verallgemeinernd die *Bedeutung der Informatik und die Rolle des Informatikunterrichts* mit zu berücksichtigen,
- aktuelle *bildungsdidaktische Überlegungen zur Allgemeinbildung* gehören dazu, und
- das *Selbstverständnis von Mathematik als Wissenschaft* einerseits und als *Technologie im Sinne kritisch reflektierter, anwendungsorientierter Technik* andererseits ist mit einzubeziehen.

In diesem Zusammenhang zeigt sich dann sehr schnell, daß auch ein anderer, rund zehn Jahre alter fächerübergreifender, bereichsdidaktischer Ansatz zu berücksichtigen ist:

- die Bedeutung der *Informations- und Kommunikationstechniken* für die Schule im Sinne eines *Schlüsselproblems* gemäß Wolfgang Klafki.

Vorschläge hierzu mit unterschiedlichem Anspruch kursieren ja unter den Bezeichnungen „Informationstechnische Grundbildung“, „informations- und kommunikationstechnologische Bildung“ usw., und gemeinsam ist ihnen, daß an die einzelnen Unterrichtsfächer von außen her Anforderungen herangetragen werden im Sinne einer Neuorientierung von Allgemeinbildung, während doch – zumindest im Gymnasium – die Unterrichtsfächer ihr Selbstverständnis eher in ihrer kulturellen Tradition hinreichend begründet sehen!

Von daher ist zu beobachten, daß man in den Schulen solchem bildungspolitisch vortragendem Ansinnen mit großer Skepsis begegnet, wenn es um die Modifizierung inhaltlicher Zielsetzungen geht, deren Begründung nicht primär aus den Unterrichtsfächern heraus erfolgt.

1.6 Computereinsatz: die naheliegende Lösung?

Allenfalls ist man in einzelnen Fächern bereit, sich hierauf einzulassen, wenn es um den *Einsatz des Computers im Unterricht*

geht, namentlich im Mathematikunterricht, dann aber etwa unter folgender

Prämisse:

Beim Thema „Mathematikunterricht und Computer“ geht es dann um die angeblich zu „bewahrende Kontinuität des Curriculums“, d. h. die Frage nach neuen Zielen bzw. Inhalten ist untergeordnet gegenüber der Frage, welche alten Ziele mit Hilfe neuer Medien besser erreichbar seien als auf herkömmliche Weise.¹⁵

Kurz gesagt bedeutet das:

Computer nimmt man wohl bereitwillig in den Mathematikunterricht auf, und zwar als Hilfsmittel, das jedoch nur dann, wenn damit der eigene bisherige Mathematikunterricht besser gestaltet werden kann.

Weiterhin kann man bei Diskussionen in Fachkreisen zum Thema „Mathematikunterricht, Computer und Informatik“ vielfach als oft *unausgesprochenes Paradigma der Mathematikdidaktik* feststellen:

Der Mathematikunterricht soll ein *gültiges Bild der Mathematik* vermitteln¹⁶, und hierdurch wird der Bildungsauftrag des Mathematikunterrichts auch hinreichend legitimiert.

Die Frage nach dem Sinn des Mathematikunterrichts ist also von dieser Position aus gar nicht zu stellen. Allenfalls ist man bereit zu akzeptieren, daß das „gültige Bild von Mathematik“ sich möglicherweise dadurch ändert, daß Computer und informatische Methoden auch in der Wissenschaft Mathematik eine zunehmende Rolle spielen und sich „mathematisches Arbeiten“ wissenschaftsmethodisch ändert.

1.7 Mathematikunterricht und Informatik(unterricht)

Schließlich ist nochmals das Verhältnis zwischen Mathematikunterricht und Informatik bzw. dem Informatikunterricht zu erwähnen. Es sieht so aus, als würde in der Mathematikdidaktik hier mehrheitlich bis heute kein Problem gesehen, obwohl seit 15 Jahren ein eigener Arbeitskreis der GDM hierzu existiert.

Dabei fand bereits im Jahre 1977 im IDM in Bielefeld eine richtungweisende Tagung über „Informatik im Unterricht der Sekundarstufe II“ statt, bei der Walter Oberschelp eine

tiefsinnige Untersuchung „Zum Verhältnis von Mathematik, Informatik und Philosophie“ vortrug.¹⁷ Und ferner untersuchte Beck 1980 dieses Verhältnis und stellte mit dem Titel seiner Arbeit zugleich fest:¹⁸

„Ziele des zukünftigen Informatikunterrichts sind Ziele des Mathematikunterrichts.“

Der Informatikunterricht hat seitdem eine stürmische Entwicklung genommen, was durch Veränderung von Richtlinien und Lehrplänen in rascher Folge zum Ausdruck kommt, ferner in Informatik als Abiturprüfungsfach und in der Konsolidierung einer „informationstechnischen Bildung“ bzw. (in der vom Ansatz her anspruchsvolleren) „informations- und kommunikationstechnologischen Bildung“.

Um die damalige Aussage von Beck auf ihren heutigen Gültigkeitsgehalt zu prüfen, müßten sowohl die „Ziele des heutigen Informatikunterrichts“ als auch die „Ziele des heutigen Mathematikunterrichts“ sorgfältig miteinander verglichen werden.

Aber gibt es denn diese Ziele überhaupt in dem Sinn, daß sie einen Konsens zum Ausdruck bringen? Woher soll man diese Ziele denn überhaupt nehmen? Von staatlichen Vorgaben aus Lehrplänen und Rahmenrichtlinien, aus Stellungnahmen von Fachverbänden, oder gibt es wissenschaftlich abgesicherte Aussagen über Bildungsziele – ja, kann es diese überhaupt geben?

Gerade Letzteres geht wohl kaum, wie wir mittlerweile aus den Erfahrungen mit der Curriculumentwicklung der 60er und 70er Jahre wissen, an die ja hohe Erwartungen geknüpft waren. So bleiben als Bezugsgrößen wohl nur staatliche Setzungen oder Stellungnahmen von Fachverbänden oder gewichtige Aussagen von anerkannten Autoritäten, die aber jeweils eine breite Konsensbasis finden müssen.

Aber Derartiges ist für mich derzeit nur schwer erkennbar – und zwar scheint eine solch aktuelle Zielbestimmung kein generelles Anliegen zu sein!

Wohl aber gibt es Stellungnahmen, die dem *Informatikunterricht* ein stärkeres Gewicht zukommen lassen wollen¹⁹, und kürzlich hat der Fakultätentag Informatik sehr deutlich die

¹⁵ vgl. etwa den Beitrag von Appel in diesem Tagungsband.

¹⁶ ... was immer das sein mag!

¹⁷ [Oberschelp 1977]

¹⁸ [Beck 1980]

¹⁹ [MNU 1991]

Einführung von Informatik als Pflichtfach an allgemeinbildenden Schulen gefordert.²⁰ Die Mathematikdidaktik verhält sich aber hier scheinbar reserviert, indem hierin wohl keine Gefahr für den Mathematikunterricht gesehen wird.²¹

1.8 Fachdidaktische und bereichsdidaktische Ansätze

Und trotzdem ist so etwas wie Aufbruchstimmung zu beobachten, d. h. inselartig keimt wohl das Bewußtsein, daß wir uns in der Mathematikdidaktik dem Computer und der Informatik nicht nur instrumentell, sondern auch inhaltlich stellen müssen, indem wir über eine künftige Sinnbestimmung von Mathematikunterricht nachdenken – der *Mathematikunterricht scheint im Umbruch* zu sein²², wenn auch unter Beachtung des „didaktischen Trägheitsprinzips“²³, wie Günter Hanisch es nennt.

Die *Ansätze* hierzu sind durchaus sehr unterschiedlich, und zwar sind sie in *zwei Gruppen* einzuteilen:

- *fachdidaktische* Ansätze und
- *bereichsdidaktische* Ansätze.

Mit der *ersten Gruppe* meine ich Ansätze der Mathematikdidaktik, die aus der Sicht dieses Unterrichtsfaches entstehen, bei denen etwa folgende Leitaspekte zielführend sind, die man dem Katalog eines Aufrufs aus dem Journal für Mathematikdidaktik von 1987 entnehmen kann:²⁴

20 "Empfehlungen zum Schulfach Informatik (Sek. II) und zur Ausbildung von Informatik-Lehrkräften", beschlossen vom Fakultätentag Informatik am 14. Mai 1993. Aus der Zusammenfassung: "... Daher sollte das Schulfach Informatik in Zukunft stärker gefördert und in der Sekundarstufe II zu einem obligatorischen Pflichtfach für alle Jugendlichen ausgeweitet werden..." (vgl. hierzu als Entgegnung die Stellungnahme in Anhang 1 dieses Tagungsbandes).

21 Löthe spricht hier gar überspitzt von der "vergreisenden Mathematikdidaktik". [Löthe 1992]

22 vgl. hierzu die Tagungsbände [Hischer 1992 und 1993], ferner z. B. speziell [Fischer/Malle 1985], [Hanisch 1992], [Hischer 1991], [Körner 1993], [Körner 1994] und [Ossimitz 1994].

23 [Hanisch 1992]

24 [JMD 1987]

- *Veränderungen in der Unterrichtsmethodik durch Computer, in Schule und Hochschule*
- *Computer als Werkzeug beim numerischen oder symbolischen Rechnen (Kalkül), beim Zeichnen, bei der Begriffsbildung oder beim Üben*
- *Einsatz und Auswirkung von Softwarepaketen (numerische und symbolische Algorithmen; spreadsheets; Grafik)*
- [...]
- *Begriffsveränderungen durch Computer, in der Mathematik und bei Lernenden*
- *Auswirkungen von Computern auf Anwendungen im Mathematikunterricht*
- [...]
- *Rolle des Programmierens und der Programmiersprache [...]*

Zu der *zweiten Gruppe*, den bereichsdidaktischen Ansätzen, gehören zunächst *mediendidaktische* Konzeptionen, zu denen auch grundsätzliche Aspekte intelligenter tutorieller Systeme zählen, die dann wegen der konkreten fachspezifischen Auslegung zugleich auch fachdidaktische Aspekte berühren.

Zu dieser Gruppe gehört aber vor allem auch der Bereich „*Medienerziehung*“, der begrifflich von der „*Mediendidaktik*“ zu trennen ist, und dessen Hauptziel darin besteht, die Menschen, insbesondere Heranwachsende, „*zu einem bewußten, reflektierten, kritischen, d. h. sozialerwünschten Umgang mit Medien*“ anzuleiten und auf diesem Weg zu begleiten.²⁵

Daher gehören zu diesem bereichsdidaktischen Ansatz auch sämtliche bildungspolitischen Anstrengungen um Berücksichtigung der *Informationstechniken im Bildungswesen* – und zwar sowohl in Deutschland als auch innerhalb der gesamten Europäischen Union.²⁶ Kennzeichnend für solche bereichsdidaktischen Konzepte ist dabei, daß primär nicht eine Orientierung an *Unterrichtsfächern* erfolgt, sondern *fachübergreifende Aspekte* im Vordergrund stehen.²⁷

Für die *fachdidaktische* Bearbeitung des Themas „*Mathematikunterricht und Computer*“ bedeutet das nun, daß zugleich *bereichsdidaktische* Aspekte zu berücksichtigen sind, d. h.: *Fachdidaktische* und *bereichsdidak-*

25 [Issing 1987, S. 25] (dieses Buch ist leider vergriffen!)

26 [Bund-Länder-Kommission 1987]

27 vgl. z. B. [Kron 1993, S. 35]

tische Ansätze müssen miteinander versöhnt werden und dürfen nicht gegeneinander ausgespielt werden.

2 Perspektiven

2.1 Mathematikunterricht zwischen Technologie und Spiel, Mathematik und Informatik

Für einen künftigen Mathematikunterricht als einem Teil dieser Welt sehe ich künftig *als fachliche Bezugswissenschaften sowohl Mathematik als auch Informatik* (Abb. 3)!²⁸

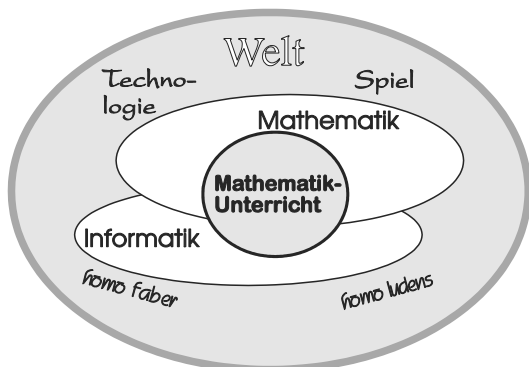


Abb. 3

Dann bleibt aber noch zu klären, nach welchen Kriterien man eine *Auswahl* von entsprechenden Bildungsinhalten aus diesen Bezugsdisziplinen für ein solches Unterrichtsfach vornehmen soll. Hierfür erscheinen mir die Begriffe „*homo faber*“ und „*homo ludens*“ als gegensätzliche Dimensionen von Allgemeinbildung bedeutsam, was zu erläutern ist.

- **homo faber:**
Technologie als Technikgestaltung

Es erweist sich aus philosophisch-sozialwissenschaftlicher Sicht als sinnvoll, die Begriffe „Technik“ und „Technologie“ zu unterscheiden.²⁹ Aufgrund der Komplexität heute möglicher technischer Projekte muß der Mensch als *homo faber* die globalen Folgen technischen Planens und Handelns im Sinne verantworteter *Technikgestaltung* berücksichtigen, was zur *Technologie* führt.

Ein solches Verständnis von Technologie führt zur einer Synthese von Wissenschaft und Technik und darüber hinaus zu einer Integration mit den Sozial- und Geisteswissenschaften, was von den Beteiligten *Kommunikationskompetenz*, *Kooperationsbereitschaft* und das Bewußtsein der *Mitverantwortlichkeit* erfordert.

²⁸ Vgl. [Hischer 1991, 1994 b].

²⁹ [Bammé 1988], [Zimmerli 1989], [Hülsmann 1989]

- **Mathematik und Informatik als Technologie**

Mit steigender Tendenz entwickelt sich die Mathematik zu einem unentbehrlichen Werkzeug in Wissenschaft und Gesellschaft. Diesen extrem anwendungsorientierten Zweigen wie „Technomathematik“, „Industriemathematik“ und „Wissenschaftliches Rechnen“ ist gemeinsam, daß sie als neue mathematische *Disziplinen* „gegen elementare Regeln und Normen der scientific community“ verstoßen, und zwar durch die „Verwendung heuristischer oder experimenteller Methoden“.^{30 31}

Ernst Kotzmann mahnt an, daß die Mathematik damit die Rolle einer Technologie im philosophisch-sozialwissenschaftlichen Sinn übernehme und somit Fragen der Technikgestaltung im Sinne von Verantwortlichkeit in ihre Aktivitäten miteinbeziehen müsse.³²

Ganz Entsprechendes gilt von der Informatik, denn da informatische Methoden und Werkzeuge mittlerweile als *Querschnittstechniken* transdisziplinär genutzt werden und damit in den Rang einer neuen *Kulturtechnik* geraten³³, muß auch die Informatik als eine Technologie in diesem Sinn begriffen werden.

- **homo ludens:**
„Spielräume“ im Unterricht

Die sog. „Wissenschaftsorientierung“ hat zu einer unerfreulichen kognitiven Übertonung des Unterrichts insgesamt geführt. Hieran knüpft der Erziehungswissenschaftler Horst Ruprecht an, indem er Beziehungen zwischen der biologischen Evolution und der Pädagogik betrachtet. In seinem Denkmodell erscheint dann der Mensch „als das am längsten spielende und am meisten des Spielens bedürftige Wesen“.³⁴

Er leitet hieraus die Forderung ab, daß das Bildungsangebot der Schulen von seinen „sklerotisierenden Rückständen“ befreit werden müsse, um sich in allen Fächern wieder für die „Spiel-Räume des Denkens“ zu öffnen.

Ruprecht benutzt den Begriff „Spielraum“ im Sinne von „spielerischer Freiraum“ als freie

³⁰ z. B. [Maaß/Schlöglmann 1989] und [Steinberg 1991]

³¹ [Kotzmann 1989, S.191], vgl. auch [Janssen 1989]

³² [Kotzmann 1989, S.194]

³³ [Zimmerli]

³⁴ [Ruprecht 1989, S. 32]

Übersetzung des griechischen „*scholé*“ für „*Muße*“ (worin ja unser heutiges „Schule“ sprachlich weiterlebt). Er ruft damit eindringlich zu mehr *Muße* in der Schule auf. ³⁵

• **Mathematik und Informatik als Spiel**

Auch für den Mathematikunterricht entstünden demgemäß besondere Aufgaben:

„*Mathematik ist ein grandioses Spiel des Geistes, und als solches müßte sie in den Schulen erscheinen.*“ ³⁶

Es sei darauf hingewiesen, daß *auch der Computer* diesem Spielaspekt (von Mathematik) in hervorragender Weise zu dienen vermag! Und auch in der Informatik gibt es neben auf Nutzen gerichteten technologischen Aspekten eine gewichtige, zweckfreie, spielerische Komponente.

Somit erweist sich zwar „Technologie“ als eine bedeutsame allgemeinbildende Dimension für die *Auswahl* von Bildungsgegenständen und die Vermittlung von Haltungen und Einstellungen, jedoch darf dadurch keine eindimensionale kognitive Ausrichtung entstehen, sondern vielmehr muß das „Spiel“ als eine unverzichtbare Dimension von Allgemeinbildung berücksichtigt werden.

„Technologie“ und „Spiel“ dürfen damit im Sinne ganzen Menschseins als allgemeinbildende Dimensionen des *homo faber* und des *homo ludens* nicht getrennt werden: Dazwischen stehen *Mathematik und Informatik als fachliche Bindeglieder*, und hieraus ergibt sich eine neue Standortbestimmung für den Mathematikunterricht, und daraus folgen Aufgaben für die Mathematikdidaktik.

2.2 Aufgaben der Mathematikdidaktik

Und zwar sehe ich (neben der Weiterarbeit an Konzeptionen zur Berücksichtigung des Computers als Werkzeug, Medium und Tutor) insbesondere folgende *bearbeitenswerte Aufgaben*:

1. **Inhaltliche Entschlackung** und ggf. **neue Sinnbestimmung** des Mathematikunterrichts aufgrund
 - der *Verfügbarkeit informatischer Methoden*, auch in der Mathematik,
 - der Berücksichtigung *fundamentaler Ideen* von Mathematik und Informatik,

³⁵ – eine Forderung, die auch [Steinberg 1991] erhoben hat.

³⁶ [Ruprecht 1989, S. 38-39]

- der Berücksichtigung der pädagogischen Diskussion um *Allgemeinbildung*,
- der Berücksichtigung technologischer Aspekte im Sinne der Realisierung einer *technologischen Bildung*, welche die Beachtung und Betonung der *Grenzen der Anwendbarkeit* der entsprechenden Methoden aus Mathematik und Informatik und ggf. *ethische Aspekte* mit einschließt,

dabei insbesondere

- des Vorhandenseins von „*Trivialisierungen*“ (und damit des Verfalls klassischer Bereiche des *realen Mathematikunterrichts* bis hin zur Bedeutungslosigkeit im Sinne von: „Wieviel Termumformung braucht der Mensch?“), verbunden mit der möglichen *Entstehung von „Freiräumen“*.

2. Inhaltliche und methodische **Ausgestaltung von Freiräumen** zu „Spielräumen“ (Möglichkeiten zur Entstehung von „*Muße*“ im Sinne des griechischen „*scholé*“) ggf. durch

- *neue Ziele*,
- *neue Akzentuierung alter Ziele* bzw.
- *neue Wege zu alten Zielen*.

☞ *Hierbei kann auch der konkrete Computereinsatz eine wichtige Rolle spielen!*

2.3 Chancen und Probleme

Es muß berücksichtigt werden, daß ein künftiger Mathematikunterricht bei Wegfall „trivialisierter Gebiete“, die als kalkülhafte Bereiche bisher einen quantitativ großen Teil des Unterrichts einnehmen, nicht leichter und schon gar nicht „trivial“ wird.

Zugleich wage ich die Prophezeiung, daß ein enormer Druck auf den Mathematikunterricht durch die Gesellschaft entstehen wird, wenn erst hinreichend bekannt geworden ist, womit ein wesentlicher Teil der Unterrichtszeit verbraucht wird. Und stellen wir uns bitte vor, es würde dann gar behauptet, diese „Kalkülakrobatik“ habe angesichts der Verfügbarkeit neuartiger Werkzeuge keinen Bildungswert mehr!

Haben wir denn dazu eine Meinung, die Bestand haben kann? Ich denke, wir sollten uns bereits jetzt auf diese Situation einstellen und sorgfältig untersuchen, in welchem Umfang beispielsweise künftig Termumformungstechniken noch beherrscht werden müssen und vor allem: an welchen alten oder neuen

Zielsetzungen des Mathematikunterrichts und allgemein der Schule das gemessen werden soll!

Wenn dann noch der Druck auf die Bildungspolitik seitens der Informatik über mächtige Interessenverbände immer stärker wird, und wenn dann ferner das Bewußtsein wachsen sollte, daß angeblich mittels „*informatischer Methoden*“ Anwendungsprobleme besser lösbar seien, als es im herkömmlichen Mathematikunterricht vermittelt wird – was bleibt dann?

Wenn die Mathematikdidaktik nicht rechtzeitig die Kraft zur Reflexion und Weiterentwicklung der Zielsetzungen eines künftigen Mathematikunterrichts entwickelt, dann wird dieser wohl – so meine Vermutung bzw. Befürchtung – eine Qualität erhalten, die ihn in die Nähe des Philosophieunterrichts rückt.

Philosophieunterricht ist aber erstens kein Pflichtfach (wie jetzt i. d. R. der Informatikunterricht) und wird außerdem etwa nur zweistündig erteilt (wie ebenfalls der derzeitige Informatikunterricht)!

Was bleibt also?

2.4 Zur Rolle der Informatik

Ich sehe den Weg aufgezeigt durch die zehnjährigen bundesweiten Anstrengungen bezüglich der Berücksichtigung der Informations- und Kommunikationstechniken im Bildungswesen. Diese bereichsdidaktischen Bemühungen wurden allerdings von den Fachdidaktiken bisher nur zögerlich aufgenommen. Dabei liegt gerade hierin eine Chance zu einer Neuorientierung, auch für den Mathematikunterricht.

Denn betrachten wir die Möglichkeiten und Gefahren, die mit den modernen Informations- und Kommunikationstechniken verbunden sind, als ein *Schlüsselproblem im Sinne von Klafki*, so entsteht unter Berücksichtigung des transdisziplinären Aspekts von „Technologie“ hieraus eine *Bildungsaufgabe* für die Schule insgesamt, für die ein einziges Fach völlig überfordert wäre – auch Informatik!

Für die Mathematikdidaktik folgt hieraus, daß einerseits ein bereichsdidaktischer Zugang zu diesem Schlüsselproblem erforderlich ist, indem untersucht wird, welchen Beitrag auch der Mathematikunterricht hierzu leisten kann. Erste Ansätze aus vielen Bundesländern liegen vor und harren der kritischen Bewertung, Veränderung und Weiterentwicklung durch die Mathematikdidaktik.

Zugleich müßte über die Zielsetzungen einer solchen „technologischen Bildung“ hinaus gefragt werden, welche damit noch nicht abgedeckten „fundamentalen Ideen“ der Informatik Allgemeinbildungsanspruch erheben können. Man organisiere also ein „joint venture“ und vereinige wesentliche, „fundamentale“ Ideen aus den beiden Disziplinen „Informatik“ und „Mathematik“, um daraus ein neues, gewichtiges, zukunftsorientiertes Unterrichtsfach zu konzipieren!

Der Name dieses Fachs? Was spricht gegen „*Mathematikunterricht*“?

Ich sehe daher künftig neben Mathematik auch Informatik als fachliche Bezugswissenschaft eines *neuartigen* „Mathematik“-Unterrichts. Wir brauchen also keine Konfrontation zwischen den Interessengruppen der Fächer Mathematik und Informatik, sondern wir sollten auf eine Integration drängen, denn

- auch eine Kooperation wird letztlich nicht gelingen,
- und es gibt noch andere gewichtige Aspekte von Schule außer Mathematik und Informatik!

3 Schluß

Gehen wir also von Informatik und Mathematik als fachlichen Bezugswissenschaften eines künftigen Mathematikunterrichts aus, so hatte ich folgende *Dimensionen von Allgemeinbildung* vorgestellt, die mir für die *Formulierung von Zielen* und die *Auswahlentscheidung für Inhalte und Methoden* bedeutsam erscheinen:

- **Technologie** als *verantwortungsethisch orientierter Anwendungsbezug* (im Sinne einer „technologischen Bildung“)
 - *homo faber*
 - **Spiel** als *nicht auf Nutzen gerichteter Gegenpol zum Anwendungsbezug* (im Sinne einer vielseitigen, individuell ausgerichteten Bildung)
 - *homo ludens*
1. Im Rahmen der Dimension „*Technologie*“ geht es u. a. um anwendungsbezogene Beispiele, bei denen auch Werkzeuge und Methoden der Informatik eine große Rolle spielen werden. Hierzu gehören dann auch die Bereiche „Modellbildung und Simulation“ und – damit zusammenhängend – „*vernetzendes Denken*“. Ob dann der *Computereinsatz* konkret immer die geeignete Methode ist, sei an-

gesichts der derzeit noch besseren Verfügbarkeit leistungsfähiger *Taschencomputer mit Graphikdisplay* dahingestellt. Auf dem Wege der Miniaturisierung werden solche Geräte jedenfalls an Leistungsfähigkeit dramatisch zunehmen und dem bisherigen Tischcomputer Konkurrenz machen.

Im Bereich der Geometrie werden wir jedoch wohl weiterhin auf Geräte mit großem, hochauflösendem Display und Maus angewiesen sein, weil sonst ästhetisch kein Genuß entsteht. *Interaktive Konstruktions- und Beweisprogramme* werden hier möglicherweise eine große Bedeutung erlangen.

2. Möglichkeiten zur Ausgestaltung des Aspekts „Spiel“ werden sich künftig möglicherweise gerade durch Ausnutzung der Freiräume ergeben, die aufgrund der Verfügbarkeit informatischer Methoden (u. a. also der „Trivialisierer“) entstehen, indem klassische, kalkülorientierte Unterrichtsphasen an Bedeutung verlieren werden.

Dieses kann man bewußt als Chance begreifen, um „schöne“ Themen spielerisch in den Unterricht aufzunehmen, wie vielleicht aus Zahlentheorie, Kombinatorik und Stochastik, die normalerweise meist zu kurz kommen oder gar nicht behandelt werden. Auch *mehr Geometrie* gehört hierher, und warum nicht auch mal anschauliche Topologie? Es gibt so vieles, was Spaß macht – wir müssen uns nur *dazu als einem bewußten Bildungsziel bekennen!* Anregungen dazu hält die Literatur in Fülle bereit!

Dies alles *erfordert keinen Computereinsatz*, gleichwohl ergeben sich *auch* über den Computereinsatz viele spielerische Aspekte, die es zu nutzen gilt! Insbesondere wird das geometrische und – verallgemeinert – visualisierende Methoden und Programme betreffen.

Schließlich werden wir aufgrund der Freiräume auch einen keineswegs neuen Aspekt des Mathematikunterrichts wieder beleben können (oder müssen?): den *mathematischen Aufsatz!* So wird denn mein bereits 1991 in Wolfenbüttel geprägtes Schlagwort für einen künftigen Mathematikunterricht vielleicht doch noch bedeutsam werden:

- *Meditieren statt Differenzieren!*

Interessante Perspektiven liegen vor uns – bleiben wir weiter am Ball!

4 Literatur

- Appel, Herbert: Ergebnisse einer vergleichenden Untersuchung zu den Auswirkungen des Einsatzes von interaktiven Graphiksystemen bei der Begriffsbildung und Satzaneignung im Geometrieunterricht. In diesem Band.
- Bammé, Arno et al.: Technologische Zivilisation und die Transformation des Wissens. Profil Verlag, München 1988.
- Beck, Uwe: Ziele des zukünftigen Informatikunterrichts sind Ziele des Mathematikunterrichts. *Journal für Mathematikdidaktik* 1(1980)3, S. 189-197.
- Behnke, Heinrich / Bachmann, Friedrich / Fladt, Kuno / Süß, Wilhelm (Hrsg.): Grundzüge der Mathematik – für Lehrer an Gymnasien sowie für Mathematiker in Industrie und Wirtschaft. (Auf Veranlassung des Deutschen Unterausschusses der Internationalen Mathematischen Unterrichtskommission) Bd. 1: Grundlagen der Mathematik – Arithmetik und Algebra. Vandenhoeck & Ruprecht, Göttingen 1962.
- Buchberger, Bruno: Should Students Learn Integration Rules? Technical Report, RISC-LINZ Series no. 89-07.0. Johannes Kepler University, A-4040 Linz, Austria 1989.
- Bund-Länder-Kommission für Bildungsplanung und Forschungsförderung: Materialien zur Bildungsplanung, Heft 16, Gesamtkonzept für die informationstechnische Bildung. Bonn 1987.
- Fischer, Roland / Malle, Günther: Mensch und Mathematik. B.I. Wissenschaftsverlag, Mannheim 1985.
- Hanisch, Günter: Die Auswirkungen der Computeralgebra auf den Mathematikunterricht. In [Hischer 1992]. (Unter dem Titel „Der Mathematikunterricht zu Beginn des nächsten Jahrtausends“ auch in: *Mathematik in der Schule* 30(1992)10, S. 513-521.)
- Herget, Wilfried: Mathematikunterricht — Wie geht es weiter? In: [Hischer 1992]
- Herget, Wilfried: Ziele und Inhalte des Informatikunterrichts – zum Vergleich. In diesem Tagungsband.
- Hischer, Horst: Neue Technologien als Anlaß einer erneuten Standortbestimmung für den Mathematikunterricht. In: *mathematica didactica* 14(1991)2/3, S. 3-24.
- Hischer, Horst (Hrsg.): Mathematikunterricht im Umbruch? – Erörterungen zur möglichen „Trivialisierung“ von mathematischen Gebieten durch Hardware und Software. Bericht über die 9. Arbeitstagung des Arbeitskreises „Mathematikunterricht und Informatik“ in der GDM vom 27. bis 29.9.1991 in Wolfenbüttel. Franzbecker, Hildesheim 1992.

- Hischer, Horst (Hrsg.): Wieviel Termumformung braucht der Mensch? Fragen zu Zielen und Inhalten eines künftigen Mathematikunterrichts angesichts der Verfügbarkeit informatischer Methoden. Bericht über die 10. Arbeitstagung des Arbeitskreises „Mathematikunterricht und Informatik“ in der GDM vom 25. bis 27.9.1992 in Wolfenbüttel. Franzbecker, Hildesheim 1993.
- Hischer, Horst (1994 a): Mathematikunterricht und Computer – Ein Überblick. Erscheint in: *Mathematik in der Schule* **32**(1994)6.
- Hischer, Horst (1994 b): Mathematikunterricht und Computer – Perspektiven. Erscheint in: *Mathematik in der Schule* **32**(1994)7.
- Holland, Gerhard: GEOLOG — Geometrische Konstruktionen mit dem Computer (Mit Systemdiskette für MS-DOS-Rechner mit CGA-, Hercules-, EGA- oder VGA-Graphikkarte). Dümmler Verlag, Bonn 1993.
- Hülsmann, Heinz: Mathematik in der Technologischen Formation. In: [Maaß/Schlöglmann 1989, S. 110-128].
- Issing, L. J. (Hrsg.): Medienpädagogik im Informationszeitalter. Weinheim 1987.
- Janssen, Rainer: Wissenschaftliches Rechnen: eine neue Wissenschaft und ihre Auswirkungen auf die Mathematik. In: [Maaß/Schlöglmann 1989, S. 47-56].
- JMD (Hrsg.): Themenaufruf für das Journal für Mathematikdidaktik: „Computer im Mathematikunterricht“. In: *Journal für Mathematikdidaktik* **8**(1987)4, S. 331-333.
- Knöß, Petra: Fundamentale Ideen der Informatik im Mathematikunterricht – Grundsätzliche Überlegungen und Beispiele für die Primarstufe. Deutscher Universitätsverlag. Wiesbaden 1989.
- Körner, Henning: Neue Bildungsziele durch den Computer? In: [Hischer 1993, S. 18-23].
- Körner, Henning: Wider den Methodenzwang ohne „anything goes“. In diesem Band.
- Kotzmann, Ernst: Alte Theorie – Neue Praxis. Informationstechnologische Auswirkungen auf die Mathematik. In: [Maaß/Schlöglmann 1998, S. 189-196].
- Kron, Friedrich: Grundzüge der Didaktik. UTB Verlag 1993.
- Krummheuer, Götz: Orientierungen für eine mathematikdidaktische Forschung zum Computereinsatz im Unterricht. In: *Journal für Mathematikdidaktik* **14**(1993)1, S. 59-92.
- Kwiran, Manfred / Wiater, Manfred: Schule im Bannkreis der Computertechnologie. R. Brockhaus Verlag, Wuppertal 1989.
- Lehmann, Eberhard / Ruprecht, Günther: Zum Einsatz eines Funktionenplotters im Mathematikunterricht — Folge 1: Mit Beispielen aus der Sekundarstufe I. In: *Mathematik in der Schule* **31**(1993)3, S. 180-188; — Folge 2: Mit Beispielen aus der Sekundarstufe II. In: *Mathematik in der Schule* **31**(1993)4, S. 244-250.
- Löthe, Herbert: Was „trivialisieren“, was „komplizieren“ informatische Methoden in der Schulmathematik? In: [Hischer 1992, S. 21-24].
- Maaß, Jürgen / Schlöglmann, Wolfgang (Hrsg.): Mathematik als Technologie? Wechselwirkungen zwischen Mathematik, Neuen Technologien, Aus- und Weiterbildung (Tagungsband). Deutscher Studienverlag, Weinheim 1989.
- MNU: Perspektiven des Informatikunterrichts im allgemeinbildenden Schulwesen. Beilage zu *Der mathematische und naturwissenschaftliche Unterricht* **44**(1991)2, 3 Seiten.
- Oberschelp, Walter: Zum Verhältnis von Mathematik, Informatik und Philosophie. In: Bauersfeld/Otte/Steiner (Hrsg.): Informatik im Unterricht der Sekundarstufe II, Band II. Schriftenreihe des IDM (1977)16, S. 35-61.
- Ruprecht, Horst: Spiel-Räume fürs Leben – Musikerziehung in einer gefährdeten Welt. (Festvortrag auf der 7. Bundesmusikschulwoche Karlsruhe 1988). In: Ehrenforth, Karl-Heinrich (Hrsg.): Kongreßbericht 7. Bundesmusikschulwoche Karlsruhe 1988, S. 32-39. Mainz 1989.
- Schupp, Hans: Der Computer als Herausforderung. Vortrag im Mathematikdidaktischen Kolloquium der Universität Dortmund am 25. April 1991.
- Schweiger, Fritz: Fundamentale Ideen — eine geisteswissenschaftliche Studie zur Mathematikdidaktik. In: *Journal für Mathematikdidaktik* **13**(1992)2/3, S. 199-214.
- Weigand, Hans-Georg: Überlegungen zum Verhältnis von Mathematik- und Informatikunterricht. In: *Der mathematische und naturwissenschaftliche Unterricht* **46**(1993)7, S. 428-432.
- Weigand, Hans-Georg / Weth, Thomas: Das Lösen von Abituraufgaben mit Hilfe von DERIVE. In: *Der mathematische und naturwissenschaftliche Unterricht* **44**(1991) 3, S. 187-182.
- Winkelmann, Bernard: Zur Rolle des Rechnens in anwendungsorientierter Mathematik: Algebraische, numerische und geometrische (qualitative) Methoden und ihre jeweiligen Möglichkeiten und Grenzen. In: [Hischer 1992, S. 32-42].
- Zimmerli, Walther Ch.: Der Mensch als Schöpfer seiner selbst — Realität und Utopie der Neuen Technologien. In: [Kwiran/Wiater 1989, S. 81-96].